

Report of tests of different types of transducers, using various materials: mylar, air, gelatin, polyvinyl alcohol, polythene, and etc. A capacitance electrostatic probe was developed which permits detection of the shock wave caused by a spark, and results are presented and discussed.

of the solutions of certain standard equations. Some standard functions are tabulated and are applied to the solution of several practical nonstationary problems.

#### A64-21795

THE NATURE OF THE ATOMIZATION OF LIQUIDS IN AN ULTRASONIC FOUNTAIN [O PRIRODE RASPYLENIIA ZHIKOSTEI V UL'TRAZVUKOVOM FONTANE].

E. L. Gershenson and O. K. Eknadsiants (Akademiia Nauk SSSR, Akusticheskii Institut, Moscow, USSR).

Akusticheskii Zhurnal, vol. 10, no. 2, 1964, p. 156-162. 12 refs. In Russian.

Study of the process of ultrasonic atomization of a series of liquids having various pressures of saturating vapors, and various coefficients of surface tension and viscosity for the case in which the intensity of ultrasound is constant and equal to 2 mc. It is found that the rate of atomization  $A$  is uniquely dependent on the value of  $\beta A^2 \sim \beta$ , where  $\beta$  is equal to the ratio of the pressures of the saturating liquid vapors to the product of the coefficients of dynamic viscosity and surface tension. This relationship is found to favor cavitation mechanism rather than the wave mechanism.

#### A64-21847

CONTRIBUTION TO THE STUDY OF TURBULENCE SPECTRA [CONTRIBUTION A L'ETUDE DES SPECTRES DE TURBULENCE].

Régis Dumas (Marseille, Université, Faculté des Sciences, Marseilles, France).

France, Ministère de l'Air, Publications Scientifiques et Techniques, no. 404, Feb. 1964, 110 p. 81 refs. In French.

Discussion of the spectral analysis of turbulence. Apparatus suitable for turbulence measurement between the ranges of 1 to 5000 cps and from 6 to 16,000 cps was developed and is described. Turbulence spectra downstream of the grills were examined with reference to their general characteristics, their LF qualities, and the effects of periodic turbulence. Medium and HF are discussed. Turbulence spectra in the boundary layers are similarly examined, with reference to their fluctuations at right angles to the wall, and to lateral fluctuations; this is followed by a treatment of turbulence spectra in a boundary layer with suction to the wall. Induced turbulence, and turbulence spectra at high Reynolds numbers are given attention. Calculations are presented relating to the effect of filtering on the value of the correlations in time and space.

TM-  
75420

#### A64-21875

CONTRIBUTION TO THE STUDY OF JETS - FORMATION AND DEVIATION [CONTRIBUTION A L'ETUDE DES JETS - FORMATION ET DEVIATION].

Henri Reitzler (Strasbourg, Université, Faculté des Sciences, Laboratoire de Mécanique des Fluides, Section Hydrodynamique, Strasbourg, France).

France, Ministère de l'Air, Publications Scientifiques et Techniques, no. 403, Feb. 1964, 83 p. 23 refs. In French.

Experimental study of hydraulic jet behavior. Here, a jet of water of square cross section is chosen, with the double aim of (1) being able to develop a cylindrical deflector and thus to approximate the theoretical conditions of a two-dimensional flow, so as (2) to be able to compare these results with those supplied by the theory of jets and wakes. The theory is applied first to the problem of deviation, with flow calculations made according to the method of Birkhoff and Kadosch. The development of the experimental apparatus is described. Three diverters, the sill-, flap-, and float-board have been developed and are described. A study of the geometric parameters of deviation and the effects of flow constriction follows. Results are compared with those furnished by the theory of wakes.

#### A64-21895

A PROOF OF THE INSTABILITY OF A CERTAIN TYPE OF FLOW OF A VISCOUS INCOMPRESSIBLE LIQUID.

A. L. Krylov (Moscow State University, Moscow, USSR).

(Akademiia Nauk SSSR, Doklady, vol. 153, Dec. 1963, p. 787-789.)

Soviet Physics - Doklady, vol. 8, June 1964, p. 1164, 1165. 5 refs. Translation.

[For abstract, see Accession no. A64-12545 05-11]

#### A64-21897

ON THE NATURE OF THE CONTACT BETWEEN THE FREE SURFACE OF A LIQUID AND THE SOLID BOUNDARY IN THE PROBLEM OF WEDGE PENETRATION.

Z. N. Dobrovolskaia (Academy of Sciences, Institute of Mechanics, Moscow, USSR).

### FLUID MECHANICS

Includes boundary-layer flow; compressible flow; gas dynamics; hydrodynamics; and turbulence.

For related information see: 02 AERODYNAMICS OF BODIES, COMBINATIONS, AND INTERNAL FLOW; 03 AERODYNAMICS OF WINGS, ROTORS, AND CONTROL SURFACES; 13 HEAT TRANSFER AND THERMODYNAMICS; and 24 PHYSICS, PLASMA.

#### A64-21777

BEHAVIOR OF A FLUID IN ZERO-GRAVITY CONDITIONS [O POVEDENII ZHIKOSTI V USLOVIKHI NEVESOMOSTI].

V. B. Zenkevich (Nauchno-Issledovatel'skii Institut Vysokikh Temperatur, Moscow, USSR).

Teplofizika Vysokikh Temperatur, vol. 2, Mar.-Apr. 1964, p. 230-237. 6 refs. In Russian.

Discussion of the processes that take place in a spherical container partly filled with a fluid during transition to conditions of complete zero-gravity. Determined are the conditions that permit, in terms of thermodynamics, a complete separation of one of the phases from the container walls. Examined are the quantitative relations between the surface free energies in the initial state, the state of steady equilibrium in zero-gravity conditions, and a state in which one of the phases is completely separated from the container walls and is enclosed in the form of a sphere within another phase.

#### A64-21780

HYDRODYNAMICS OF FLOW IN AN ANNULAR CHANNEL WITH AN INNER ROTATING CYLINDER [O GIDRODINAMIKE POTOKA V VOTKOVOM KANALE S VNUTRENNIM VRASHCHAIUSHCHIMSIA TSILINDROM].

I. P. Ustimenko and V. N. Zmeikov (Akademiia Nauk Kazakhskoi SSR, Institut Energetiki, Alma Ata, Kazakh SSR).

Teplofizika Vysokikh Temperatur, vol. 2, Mar.-Apr. 1964, p. 250-259. 11 refs. In Russian.

Experimental investigation to determine the turbulent structure of vortex flow and to obtain a physical interpretation of the abrupt intensification of the transport processes which is observed in combustion chambers, gas turbines, heat exchangers, etc. A 400-mm. long working section was used in the experiment, which consisted of two balanced coaxial cylinders, the polished surfaces of which formed an annular channel with an external diameter of 310 mm. and an internal diameter of 212 mm. The results obtained for the velocity profiles, static pressure, and tangential friction stresses are presented. Formulas describing the velocity distribution and the friction coefficient are derived and discussed.

#### A64-21786

EFFECT OF RAREFACTION UPON THE PROCESSES OF GASEDYNAMIC FRICTION IN THE PRESENCE OF BLOWING OR SUCTION THROUGH THE WALL ADJACENT TO THE FLOW [K VOPROSU O VLIANII RAZREZHENIIA NA PROTSESSY GAZODINAMICHESKOGO TRENNIA PRI NALICHII VDUVA ILI OTSOSA GAZA CHEREZ OMYVAEMUIU POTOKOM STENKU].

A. A. Koshmarov (Akademiia Nauk SSSR, Institut Mekhaniki, Moscow, USSR).

Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal, vol. 7, June 1964, p. 48-54. In Russian.

Discussion of the problem of the flow of a rarefied gas between two porous plates that move at a small relative velocity. The analysis is based on the molecular concepts of a gas. Expressions for calculating the velocity fields and fields of friction stresses are derived and are shown to be valid for any degree of rarefaction.

#### A64-21787

SOME PROBLEMS OF THE HYDRODYNAMICS OF A VISCOUS FLUID AND HEAT TRANSFER [NEKOTORYE ZADACHI GIDRODINAMIKI VIAZKOI ZHIKOSTI I TEPLOPEREDACHI].

L. M. Simani (Matematicheskii Institut, Leningrad, USSR).

Inzhenerno-Fizicheskii Zhurnal, vol. 7, June 1964, p. 55-62. 9 refs. In Russian.

Discussion of the representation of the solutions to certain hydrodynamic problems in the form of series expansions consisting

FR  
MA  
PST  
404

RECEIVED  
PUBLICATIONS SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES

1964 JUL 29 PM 1:19  
DU MINISTÈRE DE L'AIR

T.I.S. LIBRARY

SERVICE  
GRATUIT

AUG 7 1964

IM-25420

CONTRIBUTION  
A L'ÉTUDE DES SPECTRES  
DE TURBULENCE

PAR

RÉGIS DUMAS

DOCTEUR ÈS SCIENCES

MAÎTRE ASSISTANT A LA FACULTÉ DE MARSEILLE

PRÉFACE DE M. A. FAVRE

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE MARSEILLE  
DIRECTEUR DE L'I.M.S.T.



ÉDITÉ

PAR LE SERVICE DE DOCUMENTATION SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE  
DE L'ARMEMENT

MAGASIN DE VENTE : 2, AVENUE DE LA PORTE-D'ISSY, PARIS (15<sup>e</sup>)

1964

N° 404

Tous droits de reproduction et de traduction réservés

## DERNIÈRES PUBLICATIONS PARUES DANS LA MÊME SÉRIE

### Numéros

370. — N. SYOLOBOV. — Contribution à la détermination des limites d'inflammabilité des hydrocarbures (novembre 1960).
371. — Gilles BATAILLER. — Chronophotographie électronique. Application à l'étude des phénomènes aérodynamiques évolutifs (décembre 1960).
372. — R. COMOLET. — Contribution à l'étude du rendement d'une turbomachine axiale à fluide incompressible (décembre 1960).
373. — P. GIRAUDIN et F. TESSON. — Les effets secondaires de jet d'un engin autopropulsé (décembre 1960).
374. — Jean MATHIEU. — Contribution à l'étude aérothermique d'un jet plan évoluant en présence d'une paroi (janvier 1961).
375. — André DAUBERT. — Théorie approchée de la houle pure et de la houle complexe (février 1961).
376. — Roland FUCHSBOER. — Étude mathématique de l'influence des dimensions finies de la veine d'air autour d'un modèle, dans les souffleries, pour le domaine de l'écoulement compressible subsonique (octobre 1961).
377. — A. FAVRE, R. DUMAS et E. VEROLLET. — Couche limite sur paroi plane poreuse avec aspiration (octobre 1961).
378. — Ahmet BOYUKTURK. — Amortissement des perturbations dans les canalisations cylindriques longues (octobre 1961).
379. — Pierre VERNOTTE. — Thermocinétique générale (novembre 1961).
380. — Che-Pen CHEN. — Contribution à l'étude des pertes de charge dans les canaux (novembre 1961).
381. — Ambarish GHOSH. — Contribution à l'étude de la couche limite laminaire instationnaire (novembre 1961).
382. — S. CASACCI. — Flexion des coques de révolution soumises à des champs axisymétriques de forces et de températures (janvier 1962).
383. — Bernard LE FOR. — Nouvelle méthode de résolution par itération des équations dynamique et thermique de la couche limite laminaire (mars 1962).
384. — Pierre CASAL. — Théorie tourbillonnaire de l'aile portante de très faible envergure (mars 1962).
385. — J. GAVIGLIO. — Sur quelques problèmes de mesures de turbulence, effectuées à l'aide de l'anémomètre à fils chauds parcourus par un courant d'intensité constante (avril 1962).
386. — Claude GASC. — Contribution à l'étude de la texture cristalline et des propriétés mécaniques du béryllium transformé (avril 1962).
387. — Jacqueline NAZE. — Sur l'équation de Boltzmann des gaz faiblement ionisés (août 1962).
388. — Stéphane THOUVENOT. — Propriétés arithmétiques déduites d'une présentation simplifiée de la formule du binôme (août 1962).
389. — Thoi-Sum LUU. — Contribution à la théorie linéarisée des effets de jets minces et de cavitations. Calcul des écoulements par analogie rhéoelectrique (septembre 1962).
390. — Jean-Claude BELLET. — Contribution à l'étude de la détente de l'air dans un réservoir (novembre 1962).
391. — Marc-Henri JACQUELIN. — Réalisation et étude d'un écoulement continu de plasma dans une tuyère en présence d'un champ magnétique axial (février 1963).
392. — A. K. OPPENHEIM. — Conférences sur l'aérothermique des ondes dans les milieux réactifs (février 1963).
393. — R. HINSEN. — Essai de calcul de la couche limite turbulente et de la transition sur une plaque plane (mars 1963).
394. — Cahit OZGUR. — Contribution à l'étude de l'écoulement giratoire dans les divergents (avril 1963).

#### Numéros

- 395. — L. ESCANDE. — *Nouveaux compléments d'hydraulique* (juillet 1963).
- 396. — Gérard DUPICHES. — *Action d'un jet transversal à un écoulement supersonique* (août 1963).
- 397. — Françoise VILLENEUVE. — *Contribution à l'étude de l'écoulement dans un diffuseur à six degrés* (août 1963).
- 398. — Jean LOISEAU. — *Notre univers dans un espace à quatre dimensions spatiales (théorie unitaire)* (septembre 1963).
- 399. — Claude GOUTELARD. — *Étude et réalisation d'un équipement d'enregistrement large bande en ondes longues, à caractéristique logarithmique* (septembre 1963).
- 400. — F. FRAGNAUD. — *Application en connexion de la mesure des températures par les méthodes de luminescence* (novembre 1963).
- 401. — Maurice JESSEL. — *Contribution aux théories du principe de Huygens et de la diffraction* (décembre 1963).
- 402. — Pierre GAILLARD. — *Recherches théoriques et expérimentales sur les oscillations non linéaires des liquides pesants dans les bassins et canaux de profondeur constante* (décembre 1963).
- 403. — Henri REITZER. — *Contribution à l'étude des jets. Formation et déviation* (février 1964).
- 404. — Régis THOMAS. — *Contribution à l'étude des spectres de turbulence* (février 1964).

#### En réédition

- 237 a. — L. AGOSTINI et J. BASS. — *Les théories de la turbulence* (mai 1950). Deuxième édition, revue et complétée (mai 1960).
- 259 a. — Pierre VERNOTTE. — *Séries de Fourier, régularité, séries divergentes et formulation expérimentale*. Deuxième édition (novembre 1961).
- 266 a. — G. RUBAUD. — *Constantes thermodynamiques des gaz aux températures élevées* (décembre 1952). Deuxième édition, revue et complétée (mai 1961).
- 339 a. — P. CARRIÈRE. — *Méthodes théoriques d'étude des écoulements supersoniques*. Deuxième édition, revue et complétée (janvier 1964).

#### Hors série

- Leçons sur la résistance des fluides non visqueux*, professées par Paul PAINLEVÉ, rédigées par A. MÉTRAL et R. MAZET, revues par R. MAZET (tome I).
- Leçons sur la résistance des fluides non visqueux*, professées par Paul PAINLEVÉ, rédigées par A. MÉTRAL et R. MAZET, revues par R. MAZET (tome II) (janvier 1950).
- Mémoires sur la Mécanique des Fluides*, offerts à M. Dimitri P. RIABOUCHINSKY par ses amis, ses collègues et ses anciens élèves à l'occasion de son Jubilé Scientifique (juin 1954).
- Recherches sur l'hydrodynamique*, par Pierre DUNEM (septembre 1961).

## DERNIÈRES PUBLICATIONS PARUES DANS LA SÉRIE DES NOTES TECHNIQUES

### Numéros

109. — Claudette RIGAUX. — *Étude de la structure de bandes du tellure par les phénomènes de transport* (avril 1962).
110. — Noël GASTINEL. — *Matrices du second degré et normes générales en analyse numérique linéaire* (avril 1962).
111. — Francisque SALLES. — *Utilisation en technique des équations et systèmes différentiels. Exemples pratiques d'emploi* (mai 1962).
112. — F. DENNERY et R. GUENOT. — *Contribution à l'étude des sources calorifiques dans les problèmes de conduction* (juillet 1962).
113. — Michel COASTIC. — *Contribution à l'étude théorique et expérimentale de l'écoulement turbulent dans un tube circulaire* (août 1962).
114. — Henri BORNAGE. — *Contribution à l'étude de l'écoulement turbulent dans une conduite cylindrique à paroi poreuse* (août 1962).
115. — A. BRODEAU. — *Anisotropie et effet d'entaille* (août 1962).
116. — J. MANDEL. — *Séminaire de Plasticité (École Polytechnique, 1961)* (septembre 1962).
117. — Jean-Claude LEYER. — *Stabilité de la combustion vibratoire dans le brûleur à résonance* (septembre 1962).
118. — Jean SAPALY. — *Contribution à l'étude de la photo-extensométrie statique et dynamique* (octobre 1962).
119. — Jean-Pierre LEROUX. — *Étude sur la détermination des températures de surfaces (de 0° à 400° C) par l'intermédiaire des émissions de minces revêtements photoluminescents* (octobre 1962).
120. — Quoc-Quan DANG. — *Étude chimique et physicochimique des  $\alpha$ -dichlorocyclohexanones* (novembre 1962).
121. — Loïc VIET. — *Sur l'emploi du courant alternatif à l'étude de la décharge polarographique* (janvier 1963).
122. — J. SALINÉ. — *Étude d'un dispositif de régulation automatique de la stabilité de la combustion* (janvier 1963).
123. — André FORTINI. — *Contribution à l'étude des phénomènes de recombinaison et de diffusion dans le silicium* (janvier 1963).
124. — Marie KORTE. — *Perméabilité des matières plastiques à la vapeur d'eau* (février 1963).
125. — M. AUBERT et N. SIVOLBOV. — *Sur l'obtention des hautes températures au moyen des métaux et de leurs dérivés minéraux et organiques* (avril 1963).
126. — Michel DUCHOS. — *Chromatographie en phase gazeuse. Étude du comportement d'une série homologique de phases fixes. Cas particulier des esters tartriques* (août 1963).
127. — Alexis LAGARDE. — *Étude du comportement mécanique et photoélastique d'un barreau biréfringent soumis à des vibrations* (septembre 1963).
128. — Pierre VERNOTTE. — *Colloques de calcul numérique et mathématiques appliquées tenus dans le cadre des Congrès de l'Association Française pour l'Avancement des Sciences (Caen 1955 - Grenoble 1960 - Reims 1961 - Paris 1962)* (octobre 1963).
129. — Edmond A. BRUN. — *Actes du Séminaire d'Aérodynamique de la Faculté des Sciences de Paris (1958-1961)* (octobre 1963).
130. — Charles CHARTIER, Raymond BRUN et Yves-Marie GRELLIER. — *Les tubes à choc : conception et recherches* (novembre 1963).
131. — Jean-Pascal VALENTIN. — *Étude d'un poscmètre en microscopie électronique* (décembre 1963).
132. — A. BRODEAU. — *Contraintes thermiques* (décembre 1963).
133. — Vladimir MERGOUROFF. — *Étude de la bande de valence du germanium par résonance cyclotron* (janvier 1964).

## DERNIÈRES PUBLICATIONS PARUES DANS LA SÉRIE DES BULLETINS DES SERVICES TECHNIQUES

### Numéros

106. — Guy MAILLART. — *Aspiration des couches limites* (mai 1946).
107. — Georges DUBOIS. — *Étude expérimentale de la vrille* (mai 1946).
108. — Guy ROBERT. — *Théorie des compas magnétiques et des indicateurs de cap utilisés en aviation* (octobre 1946).
109. — Henri PORTIER. — *Les tracés des pièces de fonderie en alliages légers et ultra-légers* (février 1947).
110. — Donatien COT. — *Exposé des méthodes de calcul des éphémérides aéronautiques pour 1947 et 1948* (mai 1949).
111. — Robert GENTY. — *Le point astronomique à terre, sans instrument* (septembre 1949).
112. — F. T. SALLES. — *Détermination d'un état plan des contraintes à l'aide d'un extensomètre à résistance électrique à trois directions (rosette). Abaques pratiques d'emploi* (décembre 1949).
113. — B. DURUISSON. — *Restitution planimétrique des photographies aériennes. Instruments et méthodes* (janvier 1950).
114. — R. ROUANET. — *Contribution à l'étude des avions à ailes déformables* (avril 1951).
115. — F. SALLES et C. THORN. — *Méthode des différences finies appliquée aux problèmes bidimensionnels de calcul des contraintes d'une plaque* (mai 1951).
116. — Pierre BARCHIEWITZ, Gilbert AMAT et Colette ROSSETTI. — *Contribution à l'étude de la transmission infrarouge de la basse atmosphère* (février 1954).
117. — Roger BÉTEILLE. — *Éléments de base des mesures en vol* (décembre 1954).
118. — François VIOLETTE. — *Étude expérimentale et théorique de la décompression explosive et de ses effets physiologiques* (novembre 1955).
119. — Robert LECARDONNEL. — *La rénovation de la Soufflerie S3 du Service Technique Aéronautique* (mai 1957).
120. — André FAUQUER. — *Limites d'applications de la théorie de la ligne portante au calcul d'ailes d'avions munies de spoilers* (décembre 1957).
121. — Maurice BRUNET. — *Écoulement des liquides visqueux dans des canaux resserrés — Ses lois, ses applications* (décembre 1958).
122. — *Caractéristiques des aciers* (décembre 1958).
123. — Donatien COT. — *Éléments des calculs d'interpolation* (mai 1959).
124. — M. KADOSCH. — *Mécanisme de la déviation des jets propulsifs* (novembre 1959).
125. — M. André PAPON. — *Sur le calcul des grilles de profils* (novembre 1960).
126. — G. CZERWENKA. — *Théorie du calcul des cerces* (janvier 1961).
127. — A. SAULNIER et R. DEVILAY. — *Structures et propriétés caractéristiques de quelques alliages de titane* (décembre 1961).
128. — H. LACAZE. — *Tour d'horizon sur la magnétohydrodynamique* (mai 1963).
129. — Guy BRONDEL. — *Étude structurale de l'alliage Z.T.T. Phénomènes d'hydratation et d'oxydation* (mai 1963).
130. — Wolfgang ZANGEL. — *Contributions à une étude de similitude pour des moteurs-fusées* (septembre 1963).

**PUBLICATIONS SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES  
DU MINISTÈRE DE L'AIR**

**CONTRIBUTION  
A L'ÉTUDE DES SPECTRES  
DE TURBULENCE**

PAR

**RÉGIS DUMAS**

DOCTEUR ÈS SCIENCES  
MAÎTRE ASSISTANT A LA FACULTÉ DE MARSEILLE

PRÉFACE DE M. A. FAVRE

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE MARSEILLE  
DIRECTEUR DE L'IMST.

ÉDITÉ

PAR LE SERVICE DE DOCUMENTATION SCIENTIFIQUE ET TECHNIQUE  
DE L'ARMEMENT

MAGASIN DE VENTE : 2, AVENUE DE LA PORTE-D'ISSY, PARIS (15<sup>e</sup>)

1964

**N° 404**

*Tous droits de reproduction et de traduction réservés*

CONTRIBUTION  
A L'ÉTUDE DES SPECTRES DE TURBULENCE



## SOMMAIRE

1 Dans la première partie du mémoire, la méthode expérimentale classique est rappelée : le spectre d'énergie de la turbulence, défini par G. I. TAYLOR, formulé à partir d'une décomposition harmonique (dans le cas pratique une intégrale de FOURIER) est mesuré avec un filtre linéaire.

Le temps de mesure nécessaire pour obtenir avec une dispersion acceptable (0,05) les valeurs spectrales aux fréquences basses doit être considéré.

En plus du dispositif aérodynamique, l'appareillage expérimental comprend les chaînes anémométriques à fils chauds, et les amplificateurs sélectifs à détecteur quadratique. Les amplificateurs réalisés sont à accord variable de 1 à 5 000 Hz et de 6 à 16 000 Hz.

L'erreur instrumentale est examinée, compte tenu de la précision des éléments électroniques utilisés, et de la répartition spectrale de la turbulence.

L'appareillage réalisé comprend accessoirement un détecteur en puissance quatre pour la mesure du facteur d'intermittence, et un détecteur de niveau.

2 La deuxième partie concerne les résultats expérimentaux obtenus en soufflerie pour la turbulence de vitesse, notamment en aval de grilles, de barreaux, et dans des couches limites de plaques planes.

Les caractères généraux des spectres en aval de grilles sont rappelés aux nombres de Reynolds considérés (21 000 avec la dimension de la maille). Différentes zones spectrales sont définies, celles des basses, moyennes et hautes fréquences.

L'étude porte principalement sur les effets aux basses fréquences (gros tourbillons) de conditions particulières dues à la création de la turbulence par l'obstacle (grille, barreaux parallèles ou isolés). La longue conservation au cours du mouvement de caractères particuliers aux basses fréquences est mise en évidence dans le cas d'une perturbation due à la production de fluctuations périodiques par les barreaux aval de la grille.

La répartition de l'énergie aux fréquences moyennes et élevées est précisée, ainsi que la décroissance spectrale pour les hautes fréquences en comparaison avec celle donnée par HEINSENBERG.

Dans la couche limite turbulente, les caractères généraux des spectres sont également rappelés pour les nombres de Reynolds considérés (17 à 29 000 avec l'épaisseur de couche limite). Pour cette étude on distingue dans la couche limite une zone centrale ou externe et une interne. La forme des spectres est confrontée aux fréquences moyennes avec celle déduite des hypothèses de KOLMOGOROFF et de TENEN, et, aux fréquences élevées, de HEINSENBERG.

Aux très basses fréquences les spectres sont comparés dans les deux cas de la transition provoquée par rugosités ou par une prétrébulence de l'écoulement. Comme derrière grille, ces valeurs spectrales sont sensibles aux conditions particulières de l'écoulement en amont, toutefois dans la zone interne (zone de forte production et dissipation d'énergie turbulente) les conditions locales semblent dominer.

La comparaison des spectres des trois composantes de la vitesse confirme la forte anisotropie; la mesure de la répartition spectrale de l'énergie du terme principal de tension de Reynolds en précise le domaine de fréquences.

Les spectres ont été mesurés dans le cas d'une couche limite turbulente avec aspiration à la paroi. La comparaison avec le cas d'aspiration nulle permet de vérifier à nouveau la conservation des gros tourbillons au long de l'écoulement, sauf très près de la paroi.

A l'extérieur de la couche limite, l'intensité et les spectres des fluctuations turbulentes ont été mesurés. Selon la théorie admise (A. A. TOWNSEND, O. M. PHILLIPS) l'écoulement est à potentiel de vitesse avec des conditions aux limites aléatoires. Les résultats expérimentaux ne sont pas incompatibles avec cette théorie, toutefois il semble que l'effet de la viscosité ne soit pas toujours négligeable.

Des spectres ont été mesurés à très grand nombre de Reynolds dans la soufflerie de Modane-Avrieux, ils permettent une vérification de la décroissance spectrale prévue par KOLMOGOROFF.

3 Un calcul est donné de l'effet de filtrage sur la valeur de la corrélation entre deux variables. Dans un cas particulier, la contribution des différentes bandes spectrales à la corrélation dans le temps et l'espace des fluctuations turbulentes a été établie.

M.  
Laboratoi  
grandeur  
physiques

Se  
spectres d  
examinés.

Br  
à repris d  
basses fre  
de fréque  
temps qu

Le  
en effet, d  
de corréle

Le  
vérificati  
comme a

Le  
ainsi que

D  
de la cor  
fréquence

L  
étant enc  
possibili  
expérime

L  
à la con  
avec des

I  
N  
de ce M  
lui porte

## PRÉFACE

M. R. DUMAS a participé très activement aux recherches scientifiques effectuées au Laboratoire, concernant l'étude de divers écoulements turbulents en vue de déterminer la grandeur des termes des équations qui les régissent, et de mettre en évidence des propriétés physiques de la turbulence.

Ses travaux personnels, qui font l'objet de cette publication, concernent l'étude des spectres d'énergie des fluctuations turbulentes de vitesses, dans les divers écoulements examinés.

Bien que de nombreuses mesures spectrales aient été faites précédemment, M. DUMAS a repris ces mesures, mais en portant spécialement son attention sur les composantes aux basses fréquences des fluctuations turbulentes. Ceci est d'importance car, dans ce domaine de fréquence, la turbulence a une forte hérédité et contient la moitié de l'énergie en même temps que la majeure partie des forces de frottement.

Les expériences confirment que les fluctuations à basses fréquences se conservent, en effet, à grande distance au long du mouvement moyen, comme l'ont montré les mesures de corrélations spatio-temporelles.

Les mesures correspondant aux fréquences moyennes ou élevées constituent d'utiles vérifications et, dans le cas des grands nombres de Reynolds, elles peuvent être considérées comme ayant apporté des informations nouvelles.

Les résultats concernant la couche limite avec aspiration pariétale sont nouveaux, ainsi que ceux relatifs à la turbulence induite hors de la couche limite.

De même, une contribution nouvelle est apportée par le calcul des modifications de la corrélation spatio-temporelle de la turbulence, due à la réduction du domaine des fréquences considéré.

Les résultats de cette étude sont d'autant plus utiles que, les théories de la turbulence étant encore impuissantes à donner les valeurs des spectres aux basses fréquences, la seule possibilité actuelle de les prévoir est d'appliquer des règles de similitude à partir de documents expérimentaux.

Le travail de M. DUMAS apporte donc une contribution importante et souvent originale à la connaissance des spectres de turbulence, étudiés dans des écoulements variés, comparés avec des résultats antérieurs et des théories diverses.

Il a été effectué avec une haute conscience, et contrôlé avec rigueur.

Nous avons le plaisir de collaborer avec M. DUMAS depuis 1950, et la présentation de ce Mémoire est pour nous l'occasion de manifester toute l'estime et toute l'amitié que nous lui portons.

A. FAVRE,

Professeur à la Faculté des Sciences de Marseille,  
Directeur de l'I.M.S.T.

# TABLE DES MATIÈRES

	PAGES
AVANT-PROPOS .....	1
LISTE DES SYMBOLES .....	3
<b>1 Introduction</b> .....	<b>5</b>
1,1 Spectre selon TAYLOR .....	5
1,2 Objet du présent travail .....	6
<b>2 Dispositif et méthode expérimentale</b> .....	<b>8</b>
2,1 Analyse harmonique .....	8
2,2 Détermination des spectres avec un filtre de bande .....	10
2,21 Caractères statistiques .....	11
2,22 Temps de mesure .....	14
2,23 Détermination de la moyenne .....	17
2,3 Analyseur spectral .....	18
2,31 Principe .....	18
2,32 Réalisation .....	18
2,33 Courbes de sélectivité .....	21
2,34 Erreurs diverses de mesure .....	24
2,35 Normalisation des spectres .....	26
2,36 Précision des mesures .....	26
2,4 Appareillage divers .....	28
2,41 Anémomètres à fils chauds .....	28
2,42 Détecteur en puissance quatre .....	28
2,43 Détecteur de niveau .....	30
<b>3 Résultats expérimentaux</b> .....	<b>32</b>
3,1 Spectres de turbulence en aval de grilles .....	32
3,11 Caractères généraux .....	32
3,12 Spectres aux basses fréquences .....	34
3,13 Effets des tourbillons périodiques issus des barreaux .....	42
3,14 Fréquences moyennes et élevées .....	46
3,2 Spectres de turbulence dans des couches limites .....	49
3,21 Caractères généraux .....	50
3,22 Spectres aux basses fréquences .....	55
3,23 Spectres des fluctuations normales à la paroi et des fluctuations latérales .....	57
3,24 Répartition spectrale du coefficient de corrélation $r_{12}$ .....	60

	PAGES
3,3 Spectres de turbulence dans une couche limite avec aspiration à la paroi . . .	61
3,4 Turbulence induite . . . . .	63
3,41 Intensités de turbulence induite . . . . .	66
3,42 Spectres . . . . .	67
3,5 Spectres de turbulence à grand nombre de Reynolds . . . . .	73
4 Corrélation avec bande passante réduite . . . . .	76
5 Conclusions . . . . .	81
TABLEAUX I à XX . . . . .	85
BIBLIOGRAPHIE . . . . .	107

d'éne  
et à  
de M

dével  
en a  
avec  
de n

l'ens  
docu  
les p

C.R.  
et fa

Doc  
MM  
rem

M.  
spe  
M.  
por

## AVANT-PROPOS

Dans ce mémoire sont présentés les résultats principaux des mesures de spectres d'énergie de turbulence, effectuées au Laboratoire de Mécanique de l'Atmosphère et à l'Institut de Mécanique Statistique de la Turbulence de la Faculté des Sciences de Marseille, sous la direction de M. le Professeur A. FAVRE.

Les mesures spectrales ont été faites, en général, au fur et à mesure du développement au Laboratoire des études en soufflerie sur les écoulements turbulents en aval de grilles, dans la couche limite d'une plaque plane, et dans la couche limite avec aspiration à la paroi. Les résultats donnés s'insèrent donc dans un ensemble complet de mesures, qui ont fait l'objet de nombreuses publications.

M. le Professeur A. FAVRE, Directeur de l'I.M.S.T., dont nous avons reçu l'enseignement, les conseils, et qui a mis à notre disposition les ressources et la documentation nécessaires à notre travail, voudra bien accepter nos remerciements les plus vifs.

M. l'Ingénieur Général de l'Air, P. VERNOTTE, M. Th. VOGEL, Directeur du C.R.S.I.M., M. l'Ingénieur en Chef de l'Air, J. BASS, nous ont marqué leur intérêt, et fait bénéficier de leurs conseils, nous leur en sommes vivement reconnaissant.

Nous prions tous nos collègues de l'I.M.S.T., particulièrement M. J. GAVIGLIO, Docteur ès Sciences, Chef de Groupe de Recherches à l'O.N.E.R.A., ainsi que MM. E. VEROLLET, M. ASTIER, L. MIRANNE, A. BOREL et M. BAHUON, d'accepter nos remerciements pour le concours qu'ils nous ont apporté.

Notre gratitude va aussi à M. le Directeur Général de l'O.N.E.R.A., M. Maurice ROY, Membre de l'Institut, pour nous avoir autorisés à publier les mesures spectrales effectuées dans la soufflerie S1 de Modane-Avrieux, de même qu'à M. D. MASSIGNON, Adjoint au Chef du Département de Physico-chimie au C.E.A., pour les mesures spectrales dans la couche limite turbulente avec aspiration à la paroi.

## LISTE DES SYMBOLES

$O, X_1 X_2 X_3$ .....	Trièdre direct, $OX_1$ orienté selon la vitesse générale.
$y$ .....	Distance normale à la paroi.
$z$ .....	Distance à partir du bord d'attaque de la maquette, ou distance en aval d'une grille selon la vitesse générale.
$Z$ .....	Distance à partir du début de l'aspiration.
$V$ .....	Vitesse générale.
$V_i$ .....	Composante $i$ de la vitesse moyenne locale.
$M$ .....	Dimension de la maille d'une grille.
$d$ .....	Diamètre d'un barreau (section circulaire) ou côté (section carrée).
$\delta$ .....	Épaisseur de la couche limite à $V_1 = 0,99 V$ .
$\delta_i$ .....	Épaisseur de la couche limite à $V_i \sim V$ .
$t$ .....	Temps courant.
$T, \tau$ .....	Temps retardés.
$p$ .....	Pression.
$\mu$ .....	Coefficient de viscosité moléculaire.
$\rho$ .....	Masse spécifique.
$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ .....	Coefficient de viscosité cinématique.
$C_f = \frac{2\nu}{V^2} \frac{\partial V_1}{\partial X_3}$ .....	Coefficient de frottement local à la paroi.
$u_* = V \sqrt{\frac{C_f}{2}}$ .....	Vitesse de frottement.
$v_i$ .....	Composantes des fluctuations turbulentes de vitesse.
$e_i$ .....	Tension électrique correspondant à $v_i$ .
$( )^2$ .....	Valeur quadratique moyenne.
$n$ .....	Fréquence.
$\omega$ .....	Pulsation.
$F_i(n)$ .....	Spectre de fréquence pour la composante $i$ considérée avec la normalisation :
	$\int_0^\infty F_i(n) dn = 1$
$E_i(n)$ .....	Spectre de fréquence pour la composante $i$ considérée avec la normalisation :

$$\int_0^\infty E_i(n) dn = \overline{v_i^2}$$

$R_{ij}(\tau) = \overline{v_i(X_1, X_2, X_3, t) v_j(X'_1, X'_2, X'_3, t + \tau)}$  Corrélation entre les composantes des vitesses  $i$  et  $j$  en deux points M et M' et avec un retard relatif  $\tau$ .

$r_{ij}(\tau) = \frac{R_{ij}(\tau)}{\sqrt{v_i^2 v_j^2}}$  Coefficient de corrélation.

$r_{ij}(\tau) = \frac{R_{ij}(\tau)}{\sqrt{v_i^2 v_j^2}}$  Coefficient de corrélation dans le temps en un point entre deux composantes de la vitesse.

$r_i = X'_i - X_i$  Distances relatives, composante  $i$ .

$k_i$  Nombre d'onde, composante  $i$ .

$k = (k_i k_i)^{1/2}$  Module du vecteur nombre d'onde.

$k_1 = \frac{2\pi n}{V_1}$  Hypothèse d'équivalence temps espace.

$L_1 = \int_0^\infty r_{1,1}(r_1, 0, 0, 0)$  Longueur de corrélation longitudinale.

$\lambda_1 = |r''_{1,1}(0)|^{-1/2}$  Longueur de dissipation longitudinale.

$\sigma$  Écart type.

$R = \frac{v_1^4}{(v_1^2)^2}$  Facteur d'aplatissement.

$\gamma$  Facteur d'intermittence.

$E(k)$  Énergie turbulente par unité de masse sur la sphère de rayon  $k$  :

$$\int_0^\infty E(k) dk = \frac{\overline{v_i v_i}}{2}$$

$E_1(k_1)$  Énergie turbulente de la composante  $v_1$  par unité de masse sur le plan  $k_1$  :

$$\int_0^\infty E_1(k_1) dk_1 = \overline{v_1^2}$$

$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} \frac{d \overline{v_i v_i}}{dt}$  Dissipation d'énergie cinétique par unité de masse de la turbulence.

$n_e, n_b, n_s, n_s$  Fréquences, définition paragraphes 3,12 et 3,14.

$\epsilon$  Très basse fréquence correspondant au palier des spectres.

$A(n), B(n)$  Réponse d'un circuit linéaire.

$A, B$  Coefficient d'amplification d'un circuit linéaire.

$R_1, R_2, R_3, \text{etc.}$  Résistances.

$C_1, C_2, C_3, \text{etc.}$  Capacités.

$Re$  Nombre de Reynolds formé avec la vitesse générale.

$Re_\lambda = \frac{\sqrt{v_1^2} \lambda_1}{\nu}$  Nombre de Reynolds formé avec l'intensité  $(v_1^2)^{1/2}$  et la longueur de dissipation  $\lambda_1$ .



G. I. TAYLOR [3] a montré que les fluctuations turbulentes de vitesse en un point donné d'un écoulement peuvent être considérées, au point de vue de leurs valeurs quadratiques moyennes  $v^2$ , comme la somme des contributions d'une infinité de fluctuations élémentaires de fréquences  $n$  différentes.

Cela signifie que  $v^2$  peut être représentée par une intégrale prise par rapport à la fréquence  $n$  :

$$(1) \quad v(t)^2 = \int_0^\infty E(n) \, dn$$

ou encore, en changeant de notation, qu'on peut considérer une densité spectrale  $F(n)$  de la fluctuation, telle que :

$$(2) \quad \int_0^\infty F(n) \, dn = 1.$$

Dans le cas envisagé  $E(n)$  est une densité d'énergie par unité de masse du fluide en fonction de la fréquence; mais  $v$  pourrait être plus généralement une fluctuation turbulente quelconque.

Les premières mesures de spectre de la turbulence ont été effectuées par SIMMONS et SALTER en 1938 [2], et par H. L. DRYDEN [5]. D'assez nombreux expérimentateurs ont étendu et précisé les mesures par la suite, tels que R. W. STEWART, A. A. TOWNSEND [26], H. SCHUH [38] en Grande-Bretagne, H. W. LIEPMANN [27], H. W. LAUFER [39], A. ROSHKO [34], R. BETCHOV [60], J. R. RUETENIK [46], S. CORRSIN et M. S. UBEROI [25], P. S. KLEBANOFF, F. N. FRENKIEL, L. S. KOVASZNAY aux États-Unis, H. SATO [29] au Japon, J. P. MILLIAT [61], M<sup>lle</sup> G. COMTE-BELLÔT [76], J. MATHIEU en France.

Au Laboratoire de Mécanique de l'Atmosphère, les spectres ont été déduits des mesures de corrélation dans le temps [13] avant d'être aussi déterminés directement [30].

Des mesures très complètes ont été effectuées, depuis 1951, par P. S. KLEBANOFF; dans la couche limite turbulente, L. S. KOVASZNAY [43], a effectué des mesures spectrales en écoulement supersonique, S. CORRSIN [23], a mesuré les spectres des fluctuations turbulentes de température; H. W. LAUFER [79], ceux des fluctuations de pression en régime supersonique.

De nombreuses mesures de spectres de turbulence atmosphérique ont été faites, citons C. C. CLEMENSON et P. B. Mac CREADY [55].

Les spectres sont, mis à part la présence dans certains cas de maximums relatifs, des fonctions décroissantes de la fréquence  $n$ ; cette décroissance est très rapide lorsque

la fréquence étant suffisamment élevée, les forces dues à la viscosité du fluide deviennent prépondérantes devant celles d'inertie.

Les mesures spectrales présentent un intérêt d'ordre expérimental et théorique :

-- expérimental, la connaissance du spectre d'énergie permettant de déterminer les caractéristiques optimales des bandes passantes des appareils de mesures (appareils de mesures de corrélation par exemple).

De même le spectre est utilisé pour déterminer les effets de la turbulence atmosphérique sur une structure, un avion ou un missile [70], [78];

-- théorique, car une transformation de Fourier (cf. § 2,1) permet de calculer la fonction d'autocorrélation à partir de la fonction spectrale, et lorsque l'hypothèse de TAYLOR [3] d'équivalence du temps et de l'espace est vérifiée ( $t = \frac{r_1}{V_1}$  ( $r_1$  distance dans l'espace dans la direction de la vitesse générale  $V_1$ ), de calculer les fonctions de corrélation longitudinales dans l'espace.

Avec des hypothèses restrictives d'homogénéité et d'isotropie en fluide incompressible, toutes les corrélations doubles pourraient alors être calculées, et leurs formes confrontées avec celles déduites de l'équation de la dynamique de la turbulence de Th. von KARMAN et L. HOWARTH [4], en introduisant d'ailleurs des hypothèses supplémentaires sur les corrélations triples qui interviennent dans cette équation [12], [15], [16].

Plus directement les spectres dans l'espace [14] déterminés à partir de l'équation dynamique de Th. von KARMAN et L. HOWARTH écrite en termes spectraux [69], et le spectre temporel peuvent être comparés, grâce à l'hypothèse de TAYLOR ( $k_1 = \frac{2\pi n}{V_1}$ ,  $k_1$  nombre d'onde dans la direction de l'écoulement).

A partir de cette équation de nombreuses considérations ont été en effet développées pour déterminer les fonctions spectrales, basées sur la notion introduite par KORMOGOROV que les petits tourbillons ne dépendraient pas des caractéristiques à grande échelle de l'écoulement. Des considérations analogues peuvent être développées pour la turbulence homogène (tout au moins localement) mais anisotrope, à partir d'équations dynamiques plus générales [64].

Les résultats obtenus pour les nombres de Reynolds élevés, et les fluctuations turbulentes d'échelles assez petites ou très petites par rapport à l'échelle macroscopique du phénomène, semblent en général assez bien vérifiés. Mais dans le cas général de la turbulence non homogène et anisotrope, l'hypothèse de TAYLOR n'est peut-être vérifiée qu'en première approximation, tout au moins pour les composantes à basses fréquences.

## 1,2

## OBJET DU PRÉSENT TRAVAIL

Les mesures effectuées ont porté principalement sur les composantes à basses fréquences des spectres qui correspondent aux fluctuations dont l'échelle est de l'ordre de celle qui caractérise l'écoulement : maille de la grille, épaisseur de la couche limite, etc.

Ces fluctuations sont importantes, contenant la moitié environ de l'énergie, et du fait de leur forte anisotropie elles créent la majeure part des forces de frottement

turbulen  
au long  
l'ont me  
fréquen  
à partir  
de lier  
l'écoule  
déduite  
considé  
empiric

turbule

turbule  
au long

l'écoule

souffle

ont ét  
tension  
d'apla  
corrél  
MM. A

la dét  
établie

espace

turbulent; de plus leur dissipation par la viscosité est très faible et leur conservation au long du mouvement moyen, comme les mesures de corrélations spatiotemporelles l'ont montré, est forte [41], [51], [80]. Les valeurs des fonctions spectrales aux basses fréquences, ne sont pas, en l'état actuel des recherches, susceptibles d'être calculées à partir de considérations purement théoriques (1), et un des buts de notre étude a été de lier ces composantes à basses fréquences, aux dimensions caractéristiques de l'écoulement. Pour les fréquences plus élevées, les valeurs spectrales peuvent être déduites en première approximation de celles aux basses fréquences, compte tenu des considérations théoriques classiques, et pour les nombres de Reynolds faibles d'une loi empirique proposée par H. DRYDEN.

Les spectres ont été mesurés dans trois types d'écoulements :

- écoulement turbulent en aval d'une grille disposée dans une soufflerie; la turbulence créée par la grille est presque homogène et isotrope;
- écoulement dans une couche limite turbulente sur une plaque plane; la turbulence est non homogène, anisotrope, mais présente des caractères conservatifs au long du mouvement;
- écoulement à l'intérieur et au voisinage d'une couche limite turbulente; l'écoulement dérive d'un potentiel, avec une frontière aléatoire.

Quelques mesures ont été faites à nombre de Reynolds élevés dans la grande soufflerie S1 de Modane-Avrieux [51] de P.O.N.E.R.A.

D'autres grandeurs qui interviennent dans la description des turbulences étudiées ont été mesurées, ce sont des vitesses moyennes, des intensités de turbulence, des tensions de frottement turbulent, des distributions de probabilité, des facteurs d'aplatissement pour une variable aléatoire. En ce qui concerne les mesures de corrélations dans le temps et l'espace, nous avons utilisé les résultats obtenus par MM. A. FAVRE et J. GAVIGLIO à l'I.M.S.T.

Pour permettre, dans le cas des mesures de corrélations dans le temps et l'espace, la détermination de la part des composantes à basses fréquences, une formule a été établie donnant la valeur de la corrélation en fonction de la bande passante.

(1) Excepté par la méthode de A. A. TOWNSEND des tourbillons distribués aléatoirement dans un espace infini [53].

## 2 DISPOSITIF ET MÉTHODE EXPÉRIMENTALE

2.1 Le spectre défini par G. I. TAYLOR pour le cas de la turbulence stationnaire peut être formulé à partir de la transformée harmonique de la fluctuation turbulente.

Une difficulté tient au fait que si  $v(t)$  représente la fluctuation turbulente en fonction du temps, l'intégrale  $\int_0^T v^2 dt$  croît indéfiniment avec  $T$ ; et on ne peut définir une transformée intégrale de Fourier. La difficulté peut être tournée en considérant un intervalle fini de temps, comme on le verra plus loin.

La série de Fourier est inadéquate, le coefficient de corrélation dans le temps ne tendant vers aucune limite pour un décalage de temps infini [69].

Dans les considérations théoriques, les transformées harmoniques pour des fonctions aléatoires [1], [33] sont souvent utilisées.

Il suffit de conditions portant sur la covariance pour qu'une décomposition harmonique puisse être définie [33].

Ainsi, dans le cas de la turbulence stationnaire, on définit la transformée de Fourier, sous la forme suivante [69] :

$$(3) \quad v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dh(\omega),$$

où  $h(\omega)$  est une fonction spectrale aléatoire à accroissements orthogonaux, sur une infinité d'épreuves :

$$(4) \quad dh(\omega) dh^*(\omega') = 0 \quad \text{si} \quad \omega \neq \omega'$$

et

$$dh(\omega)^2 \neq 0 \quad \text{en général.}$$

Si le spectre ne présente pas de raies on peut poser :

$$(5) \quad E(\omega) d\omega = dh(\omega)^2,$$

on a alors :

$$v(t) v(t + \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega \tau} E(\omega) d\omega$$

$$(6) \quad v^2 = \int_{-\infty}^{\infty} E(\omega) d\omega = 4\pi E(\omega) = v^2 F(n).$$

Dans l'espace la décomposition harmonique est définie de la même façon [40] :

$$(7) \quad v(\vec{X}) = \int_{\text{vol}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{X}} d\Lambda(\vec{k})$$

$$d\Lambda(\vec{k}) d\Lambda(\vec{k}') = 0 \quad d\Lambda(\vec{k})^2 \neq 0 \quad \text{en général,}$$

$\vec{X}$  vecteur  
aléatoire da

Les  
corrélation

(8)

(8')

La m  
F(n) (1) à

L'ut  
de Fourier  
Toutefois,  
satisfont c  
particulière  
retard gra

La  
de représen

2,11 Au  
superposé  
turbulence

(9)

Si  
fréquence

(10)

Or

(11)

ou  $\delta$  dés

$\vec{X}$  vecteur d'espace,  $\vec{k}$  vecteur dans l'espace des nombres d'onde,  $dA(\vec{k})$  est l'élément aléatoire dans l'espace des  $k$ .

Les relations de Wiener-Khintchine lient le spectre  $F(n)$  et le coefficient de corrélation dans le temps  $r(\tau)$  [13] :

$$(8) \quad F(n) = 4 \int_0^{\omega} r(\tau) \cos 2\pi n \tau d\tau$$

$$(8') \quad r(\tau) = \int_0^{\omega} F(n) \cos 2\pi n \tau dn.$$

La relation (8') peut d'ailleurs servir de base pour définir la densité spectrale  $F(n)$  (1) à partir du coefficient d'autocorrélation dans le temps.

L'utilisation des fonctions aléatoires est classique pour définir les transformées de Fourier et les lier aux propriétés moyennes du deuxième ordre de la turbulence. Toutefois, J. BASS montre qu'il existe des fonctions certaines (pseudo-aléatoires) qui satisfont certaines des conditions requises pour pouvoir représenter la turbulence, particulièrement la condition que le coefficient d'autocorrélation s'annule pour un retard grand [67].

La corrélation et le spectre des fonctions aléatoires stationnaires susceptibles de représenter la turbulence ont été étudiés notamment par J. KAMPÉ DE FÉRIER [6], [24].

2.11 Au signal turbulent  $v(t)$  considéré comme ayant un spectre de bande, peut être superposé un signal périodique  $s(t)$ , le signal  $s(t)$  étant sans corrélation avec la turbulence :

$$(9) \quad [v(t) + s(t)]^2 = v^2(t) + s^2(t).$$

Si le signal périodique  $s$  est composé de signaux harmoniques dont chacun a la fréquence  $n_i$  et l'amplitude  $\Lambda_i$ , on a :

$$(10) \quad s^2 = \sum \frac{\Lambda_i^2}{2}.$$

On peut alors écrire,  $\int(n)$  désignant la fonction spectrale totale :

$$(11) \quad \begin{aligned} \int(n) &= \int_0^n F(n') dn' \\ (v + s)^2 \int(n) &= v^2 \int_{\text{turb}}(n) + \sum_0^n \frac{\Lambda_i^2}{2} \delta(n - n_i) dn \end{aligned}$$

ou  $\delta$  désigne la mesure de Dirac.

(1) Dans le cas général la fonction spectrale totale  $\int(n)$  :

$$r(\tau) = \int_0^{\omega} \cos 2\pi n \tau d\int(n).$$

## 2.2 DÉTERMINATION DU SPECTRE AVEC UN FILTRE DE BANDE

Le signal turbulent  $v(t)$  est observé durant un intervalle de temps fini de  $-T$  à  $T$ . La fonction observée par rapport à ce qu'elle serait sur un temps infini est une fonction tronquée  $v_T(t)$ , égale à  $v(t)$  dans l'intervalle et nulle en dehors.

Cette fonction expérimentale  $v_T$ , finie et continue dans l'intervalle  $2T$ , admet une transformée intégrale de Fourier,

$$(12) \quad \varphi(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-T}^T e^{-i\omega t} v_T(t) dt$$

et réciproquement :

$$(13) \quad v_T(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \varphi(\omega) d\omega.$$

La fonction  $v_T$  étant réelle  $\varphi^*(\omega) = \varphi(-\omega)$ .

Par définition la moyenne quadratique observée dans l'intervalle est :

$$(14) \quad v_T^2 = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T v^2 dt.$$

On sait que la conservation de l'énergie s'exprime par la relation de Parseval [1], [10] :

$$(15) \quad \int_{-T}^T v_T^2 dt = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\omega) \varphi^*(\omega) d\omega,$$

soit :

$$(16) \quad v_T^2 = \frac{2\pi}{T} \int_0^{\infty} \Phi(\omega) d\omega,$$

en posant :

$$(17) \quad \Phi(\omega) = \varphi(\omega) \varphi^*(\omega).$$

La fonction  $\frac{2\pi}{T} \Phi(\omega)$  correspond donc à la densité spectrale de  $v^2$  en fonction de la pulsation  $\omega$ , dans l'intervalle de temps considéré. Si l'on considère le signal filtré  $e(t)$ , la réponse complexe du filtre linéaire étant  $a(\omega)$  on a de même :

$$(18) \quad e^2 \sim \frac{2\pi}{T} \int_0^{\infty} \Phi(\omega) \Lambda(\omega) d\omega,$$

en posant :

$$(19) \quad \Lambda(\omega) = a(\omega) a^*(\omega)$$

en exprimant la conservation de l'énergie et en négligeant les oscillations amorties du filtre extérieures à l'intervalle.

J. KAMPÉ DE FÉRIET [24] a étudié les fonctions tronquées, avec d'ailleurs des hypothèses plus larges que celles utilisées pour la turbulence, puisque en particulier les fluctuations peuvent avoir des spectres de raies.

Le coefficient de corrélation et la fonction spectrale totale tendent bien vers une limite indépendante du milieu de l'intervalle choisi, lorsque  $T$  croît indéfiniment.

La densité spectrale est donc déterminée de façon acceptable si l'hypothèse importante ci-après est vérifiée.

Le temps de mesure est suffisamment long pour que la détermination soit proche de la limite obtenue pour un temps infini.

Les valeurs  $e_i^2$  étant connues pour les différents accords du filtre sur les fréquences  $n_i$ , le spectre sera déterminé à partir de l'équation [18].

On admet [17], en général, que  $\Lambda(\omega_i) = \Lambda_i$  pour  $n$  compris dans un intervalle étroit  $\Delta n$  autour de la fréquence d'accord  $n_i$ . Alors si  $\Phi(\omega)$  est considéré comme constant dans l'intervalle  $\Delta n$  :

$$(20) \quad \Phi(\omega) \sim \frac{e_i^2}{2 T \pi \Lambda_i \Delta \omega_i}$$

Les valeurs précitées d'après la relation (20) permettent donc de déterminer (1) le spectre de TAYLOR  $F(n)$ , si l'on connaît  $\Lambda_i$  et  $\Delta \omega_i$  par la mesure des énergies partielles  $e_i^2$ .

## 2.21 Caractères statistiques.

La turbulence peut être en première approximation considérée comme un processus aléatoire gaussien. Toutefois ce n'est qu'une approximation; même pour l'écoulement en aval d'une grille, les composantes à hautes fréquences, notamment auraient une distribution non gaussienne [77].

Par contre, les composantes qui correspondent à une énergie notable, ont, dans l'écoulement derrière grille, une distribution à peu près gaussienne voisine de celle du phénomène pris en totalité.

Sur la figure 1 les valeurs des probabilités totales  $P$  ont été relevées en fonction de l'amplitude  $X$  du signal turbulent filtré, rapporté à l'écart type  $\sigma$ , pour trois fréquences d'accord du filtre  $n = 9,35, 32,5$  et  $300$  Hz, et pour le signal turbulent total.

Le filtrage ne modifie pas, à la précision près de ces mesures, pour les fréquences considérées, la loi de probabilité. La courbe correspondant à la loi normale a été tracée : les différences constatées avec la courbe expérimentale pour  $X \sim 1,5$  sont assez notables. Par contre les différences constatées pour les valeurs faibles de  $X$  sont très probablement dues à des erreurs systématiques de mesure (cf. 2.43).

Le coefficient d'aplatissement  $F = \frac{X^4}{(X^2)^2}$  a été trouvé très voisin de la valeur normale 3 pour le cas de la turbulence derrière grille, filtrée ou non filtrée, pour les fréquences précitées. Cette valeur augmenterait pour les fréquences plus élevées [77]. Dans le cas de la couche limite turbulente, du fait de l'intermittence, la valeur de  $F$  peut être très supérieure à 3; le moment d'ordre 3 est très différent de zéro [65], [66].

Toutefois si les valeurs absolues des écarts sont considérées, la distribution semble analogue à celle de la turbulence derrière grille, d'après les quelques mesures effectuées.

(1) Détermination en gradin.

Dans l'étude d'un processus aléatoire ayant une distribution normale pouvant représenter le bruit de fond des tubes électroniques, S. O. Rice montre que l'enveloppe du signal filtré a pour densité de probabilité la distribution de Rayleigh (1) [9], [73] :

$$2 Y e^{-Y^2}$$

L'amplitude  $Y$  de l'enveloppe est rapportée à la valeur quadratique moyenne. Cette expression paraît valable en première approximation pour la turbulence. La valeur de  $Y$  la plus probable est  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ; la valeur quadratique moyenne est :  $Y^2 = 1$ .

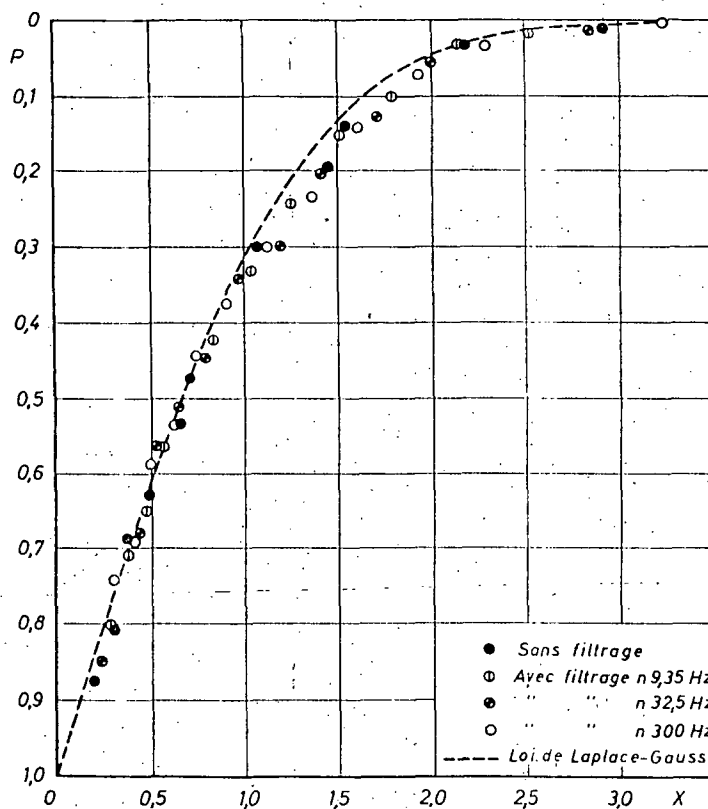


Fig. 1. — Probabilités totales. Turbulence derrière grille

Les variations à longue période de l'enveloppe du signal filtré  $e_i(t)$  sont pratiquement sans corrélation avec les fluctuations pseudo-périodiques beaucoup plus rapides correspondant à la fréquence d'accord  $n_i$ .

Si bien qu'en négligeant la modulation de fréquence :

$$(21) \quad e_i(t) \sim Y(t) \sin \omega_i t.$$

(1) Vérifiée expérimentalement pour le bruit de fond des tubes électroniques [19].



Avec un détecteur quadratique :

$$(22) \quad e_i^2 \sim \frac{1}{2} Y^2(t) (1 - \cos 2\omega_i t).$$

Si la constante de temps du système détecteur est suffisante pour que :

$$(23) \quad \cos 2\omega t^d = 0 \quad d \text{ de l'ordre de la constante de temps}$$

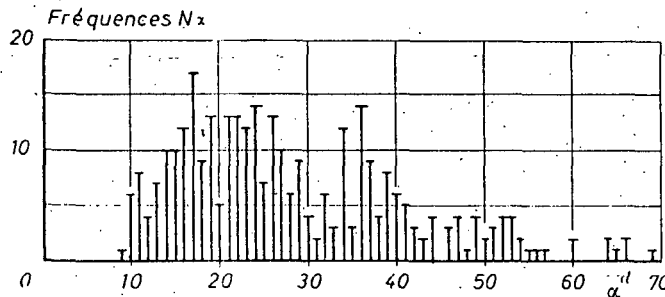
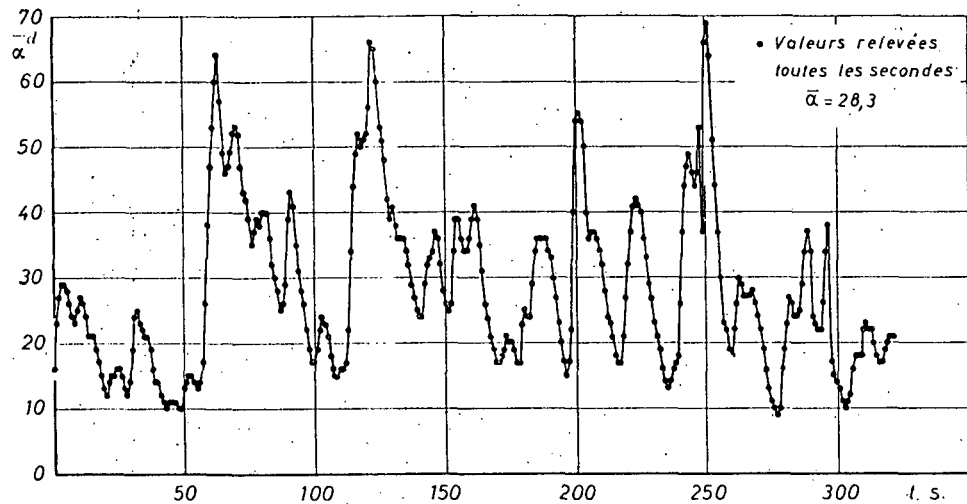


Fig. 2. — Déviations  $\alpha^d$  du galvanomètre associé au détecteur quadratique  
Fréquence d'accord du filtre 1 Hz

On a :

$$(24) \quad e_i^{2d} \sim \frac{1}{2} Y^2(t)^d.$$

Aux fréquences faibles de mesure  $e_i^{2d}$  a une distribution qui rappelle donc celle de  $Y^{2d}$ , en particulier la valeur moyenne égale à 1 est éloignée de la valeur la plus probable (égale à 0 pour  $Y^2$ ). Ce fait rend pour les fréquences inférieures à 50 Hz, l'estimation de la moyenne  $e^2$  impraticable sans une intégration (cf. 2,22, fig. 2).

## 2,22 Temps de mesure.

Le régime est supposé établi et les oscillations transitoires dues à la mise en circuit du filtre passe-bande complètement amorties [8], ce qui nécessite un temps  $T \gg \frac{1}{\Delta n}$ ; dans le cas de notre appareillage la bande passante  $\Delta n$  du filtre est de 0,010 à 0,015 fois la fréquence d'accord.

La liaison, entre la distribution en probabilité des niveaux des fluctuations turbulentes et leurs déroulements dans le temps, semble être mal connue.

On peut chercher à déterminer le temps de mesure en appliquant la loi des grands nombres.

En effet obtenir la valeur moyenne carrée du signal  $e$  à la sortie d'un filtre revient à intégrer le signal  $e^2$ :

$$(25) \quad I = \int_0^T e^2 dt.$$

$I$  est une variable aléatoire dont la valeur moyenne est :

$$(26) \quad \bar{I} = e^2 \cdot T.$$

Calculons la variance  $\sigma^2$  de  $I$  selon la méthode de R. R. BENNETT et A. S. FULTON [31].

L'intégration d'une variable sur un intervalle de temps  $T$  revient à faire le produit de cette variable par la fonction égale à l'unité dans l'intervalle  $T$ , et nulle en dehors [35].

Si la variable aléatoire est stationnaire, la variance du signal intégré est égale à l'intégrale du produit de la densité spectrale  $Q(n)$  du signal considéré, par la densité spectrale de la fonction unité dans l'intervalle [35], [33], soit :

$$(27) \quad \sigma^2 = (\bar{I} - I)^2 = \int_0^\infty Q(n) \left( \frac{\sin \pi n T}{\pi n} \right)^2 dn.$$

Lorsque  $T$  augmente,  $I$  croît comme  $T$ , et pour un spectre blanc  $\sigma$  comme  $\sqrt{T}$ ; l'approximation selon la loi de Laplace-Gauss, pour les  $I$ , permet d'admettre qu'il y a 95 % de chance que l'erreur soit comprise entre  $\pm 2 \sigma$ .

La densité spectrale  $Q(n)$  de  $e^2 = e^2$  est calculée à partir du spectre de  $e(t)$ ,  $E(n)$  par le produit de convolution [9], [72] :

$$(28) \quad Q(n) = \int_{-\infty}^{\infty} E(n') E(n - n') dn' \quad n' \neq 0 \quad E(n') = E(-n').$$

Par exemple pour un filtre passe-bande tel que  $E(n') = A$  pour  $n'$  compris dans un intervalle  $n_i, n_i + \Delta n$  et 0 en dehors, il est bien connu que  $Q(n)$  est représenté par la distribution figurée ci-après (fig. 2 bis).

Seule la contribution à l'écart type des fréquences les plus faibles, inférieures à  $\Delta n$  est notable, si  $\Delta n T \gg 1$ .

On calcule alors d'après [27] :

$$(29) \quad \sigma^2 \sim \int_0^{\Delta n} 2 A^2 (\Delta n - n) \left( \frac{\sin \pi n T}{\pi n} \right)^2 dn$$

$$\sigma^2 \sim A^2 T \Delta n,$$

comme  $1 = A \Delta n T$ .

L'erreur relative sera, avec une probabilité de 95 % inférieure à :

$$(30) \quad \frac{2 \sigma}{1} \sim \frac{2}{\sqrt{T \Delta n}}$$

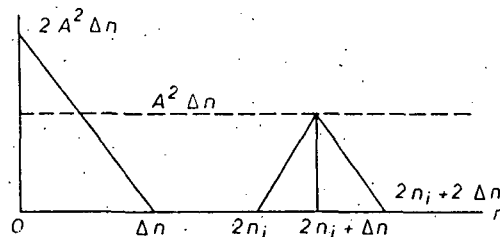


Fig. 2 bis

En utilisant une expression correspondant à celle d'un circuit résonnant proche du circuit sélectif utilisé, BENNETT et FULTON trouvent, en ne faisant intervenir que les composantes à basses fréquences :

$$(31) \quad \frac{2 \sigma}{1} \sim 2 \sqrt{\frac{Q}{\pi n_i T}}$$

$Q$  est la surtension du filtre; dans le cas des présentes mesures  $Q \approx 25$ , si  $n_i = 1.1 \text{ Hz}$ ,  $T \geq 3\,200 \text{ s}$ , pour  $\frac{2 \sigma}{1} \leq 0.1$ .

Pour les fréquences basses de la turbulence, ce temps  $T$  semble supérieur <sup>(1)</sup> au temps nécessaire pratiquement pour réduire l'écart type à 0,05.

Ceci peut être attribué au fait que les valeurs  $1$  étant la somme de variables dépendantes, la loi des probabilités de  $1$  peut être plus favorable que la loi normale : expérimentalement, une alternance assez régulière des valeurs extrémales est généralement constatée pour les  $e^2$ , la convergence est assez rapide vers une certaine valeur.

Il est utile d'ailleurs d'évaluer le temps  $T'$  nécessaire pour que le signal filtré  $e(t + T')$  soit pratiquement indépendant du signal à l'instant  $t$ . Il suffit, le signal  $e$  étant à peu près gaussien, que la corrélation dans le temps soit négligeable pour le

(1) Une sélectivité trop grande conduirait néanmoins à un temps d'intégration impraticable dans notre cas.

retard  $T'$ . Le spectre du signal filtré peut être représenté pour faciliter les calculs par l'expression approchée :

$$(32) \quad A(n) = \frac{\Lambda}{2\pi n_i} \left[ \frac{1}{1 + \frac{\Lambda^2}{4} \left( \frac{n - n_i}{n_i} \right)^2} + \frac{1}{1 + \frac{\Lambda^2}{4} \left( \frac{n + n_i}{n_i} \right)^2} \right]$$

Par intégration dans le plan de la variable complexe autour des pôles  $\pm n_i + \frac{2}{\Lambda} \ln i$  [56], on obtient le coefficient de (1) corrélation dans le temps, cherché à partir de la formule de Wiener :

$$(33) \quad r_f(T) = \cos 2\pi n_i T \exp \left( -\frac{4\pi n_i}{\Lambda} T \right).$$

Le coefficient de corrélation est quasi nul (0,002) pour un temps  $T'$  :

$$(34) \quad T' \sim \frac{6\Lambda}{4\pi n_i},$$

par exemple, si  $n_i = 11\text{ Hz}$ ,  $\Lambda = 100$ ,  $T' \sim 48\text{ s}$ .

Si l'on considère des intervalles successifs de durée  $T'$ , ils sont, en prenant l'ensemble des valeurs, pratiquement indépendants, le signal filtré étant en première hypothèse normalement distribué; par exemple, la valeur moyenne du coefficient de corrélation des valeurs ordonnées à partir de l'instant commun 0, le premier intervalle s'étendant de  $-T'$  à 0 et le second de 0 à  $T'$  est :

$$(35) \quad \frac{1}{2T'} \int_0^{2T'} e \left( 0 + \frac{\tau}{2} \right) e \left( 0 - \frac{\tau}{2} \right) d\tau \sim \frac{1}{2T'} \int_0^{2T'} r_f(\tau) d\tau.$$

D'après (8) et (32) :

$$(36) \quad \int_0^{2T'} r_f(\tau) d\tau = \frac{\Lambda(0)}{4} \sim \frac{1}{\pi n_i \Lambda},$$

la valeur moyenne du coefficient de corrélation dans le temps ainsi définie est très faible, égale à :

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\Lambda^2} \sim 0,3 \cdot 10^{-4}.$$

L'ensemble des valeurs quadratiques  $e^2$  a une corrélation moyenne plus élevée que celui des  $e$ . Toutefois, dans l'estimation de l'erreur, nous admettrons que la dépendance est négligeable pour deux intervalles contigus des valeurs  $e^2$ .

(1) Une expression rigoureuse du coefficient d'autocorrélation avec filtrage  $r_f$  peut d'ailleurs être établie (cf. 4) :

$$r_f(T) = \frac{2 \int_0^\infty A(n) \left| \int_0^\infty [r(T+\tau) + r(T-\tau)] \cos 2\pi n \tau d\tau \right| dn}{\int_0^\infty A(n) F(n) dn}$$

$r(\tau)$  étant le coefficient d'autocorrélation du signal à l'entrée du filtre,  $F(n)$  son spectre.

Toutefois, étant donné que seul l'ordre de grandeur de  $T'$  est recherché, l'expression empirique suffit.

Sur  
pratiqum  
et amortis  
La  
Le  
égale pra  
du spectre  
Les  
montrent  
En  
moyennes

l'écart typ  
D'a  
de la turl  
inférieur  
Les  
(1-Hz) ju  
Ces  
les plus b  
Po  
encore d'  
Le  
croît, par  
chauds, e  
lentement

2,23 Dé  
La  
couple) e  
Le  
méfier de  
ce qui co  
Le  
toutes les  
Il ne sem  
entraîne

(1)  
les gros tou

Sur la *figure 2* les déviations  $z$  du galvanomètre relevées toutes les secondes pratiquement égales à  $e^{2d}$ ,  $d$  signifiant valeur moyenne due aux constantes de temps et amortissement du système détecteur, ont été pointées en fonction du temps.

La fréquence d'accord est  $n_1 = 1$  Hz.

Le relevé comprend trois cent vingt-deux points, la valeur moyenne de  $z$  est 28,3, égale pratiquement à la valeur moyenne vraie (estimée d'après le tracé général du spectre).

Les fréquences de sortie des différentes valeurs de  $z$  ont été indiquées; elles montrent les difficultés signalées paragraphe 2,21.

En considérant les sept intervalles consécutifs de quarante-six valeurs, les valeurs moyennes dans ces intervalles sont respectivement :

$$18,9 - 34,1 - 31,2 - 27,7 - 32,1 - 30,2 - 20,8,$$

L'écart type rapporté à la valeur moyenne est 0,20.

D'après les nombreuses expériences faites, ce relevé représente bien le caractère de la turbulence filtrée, aux basses fréquences; il faudrait pour obtenir un écart type inférieur à 0,05 une durée de mesure de l'ordre de 750 s (seize intervalles).

Les temps d'intégration utilisés varient de 3 à 4 mn aux fréquences les plus basses (1 Hz) jusqu'à une demi-minute à 100 Hz environ.

Ces temps permettent d'obtenir un écart type de 0,05, sauf pour les fréquences les plus basses où il atteint 0,10 à 1 Hz.

Pour les fréquences nettement supérieures à 100 Hz le temps d'intégration reste encore d'une dizaine de secondes.

Le temps d'intégration qui semble favorable décroît moins vite que  $\frac{1}{n}$  si  $n$  croît, par suite des fluctuations ératiques des appareils de mesure, amplificateurs, fils chauds, etc., et aussi parce que l'énergie aux fréquences élevées ( $n > 100$  Hz) oscille lentement en liaison avec celle du signal total (1).

### 2.23 Détermination de la moyenne.

La moyenne quadratique  $e^2$  est obtenue avec un détecteur quadratique (thermocouple) et un galvanomètre (cf. 2,32) donnant une déviation  $z$ .

Le galvanomètre à longue période (2,8 s) est amorti. Toutefois, il y a lieu de se méfier des effets non linéaires, si les oscillations du filtre sont de niveau trop variable, ce qui constitue une deuxième raison de limiter la sélectivité [18].

Les moyennes  $z$  sont obtenues en enregistrant sur une additionneuse les valeurs toutes les 1,5 s en général. La courbe des  $z$  est donc remplacée par une ligne en créneaux. Il ne semble pas, compte tenu des temps de mesure utilisés, que cette méthode simple entraîne d'erreur supplémentaire notable, comme l'indique la *figure 2*.

(1) D'après l'hypothèse de la dichotomie turbulente, l'énergie est apportée aux petits tourbillons par les gros tourbillons.

2,3

## ANALYSEUR SPECTRAL

### 2,31 Principe.

Il comprend un amplificateur sélectif, et un détecteur quadratique permettant d'obtenir les carrés des tensions filtrées.

Selon une technique classique, l'amplification d'un signal dans une bande étroite de fréquence, est obtenue à l'aide d'un circuit à contre-réaction.

Soit A le gain d'un amplificateur et B celui de la boucle; le gain G rapport de la tension de sortie à la tension d'entrée est :

$$(37) \quad G = \frac{A}{1 + AB},$$

la boucle est constituée par un circuit en « T parallèle symétrique accordé ».

Le gain d'un tel circuit au voisinage de l'accord s'exprime en notation complexe par [22] :

$$(38) \quad B = \frac{i\Delta n}{2n_i},$$

avec  $n_i$  fréquence d'accord, et la réponse du système en énergie sera, au voisinage de l'accord :

$$(39) \quad G^2 = \frac{A^2}{1 + \frac{A^2}{4} \left( \frac{\Delta n}{n_i} \right)^2}$$

loin de l'accord  $B \rightarrow 1$  et  $G^2 \rightarrow 1$ , si le gain A est assez élevé.

La bande passante conventionnellement vaut  $\frac{1}{A} \frac{n_i}{\Delta n}$ . La courbe de réponse reste semblable à elle-même lorsque  $n_i$  varie, et la largeur de bande passante est proportionnelle à la fréquence; ce fait est favorable pour l'étude du spectre d'énergie de la turbulence qui est, en moyenne, une fonction décroissante de la fréquence.

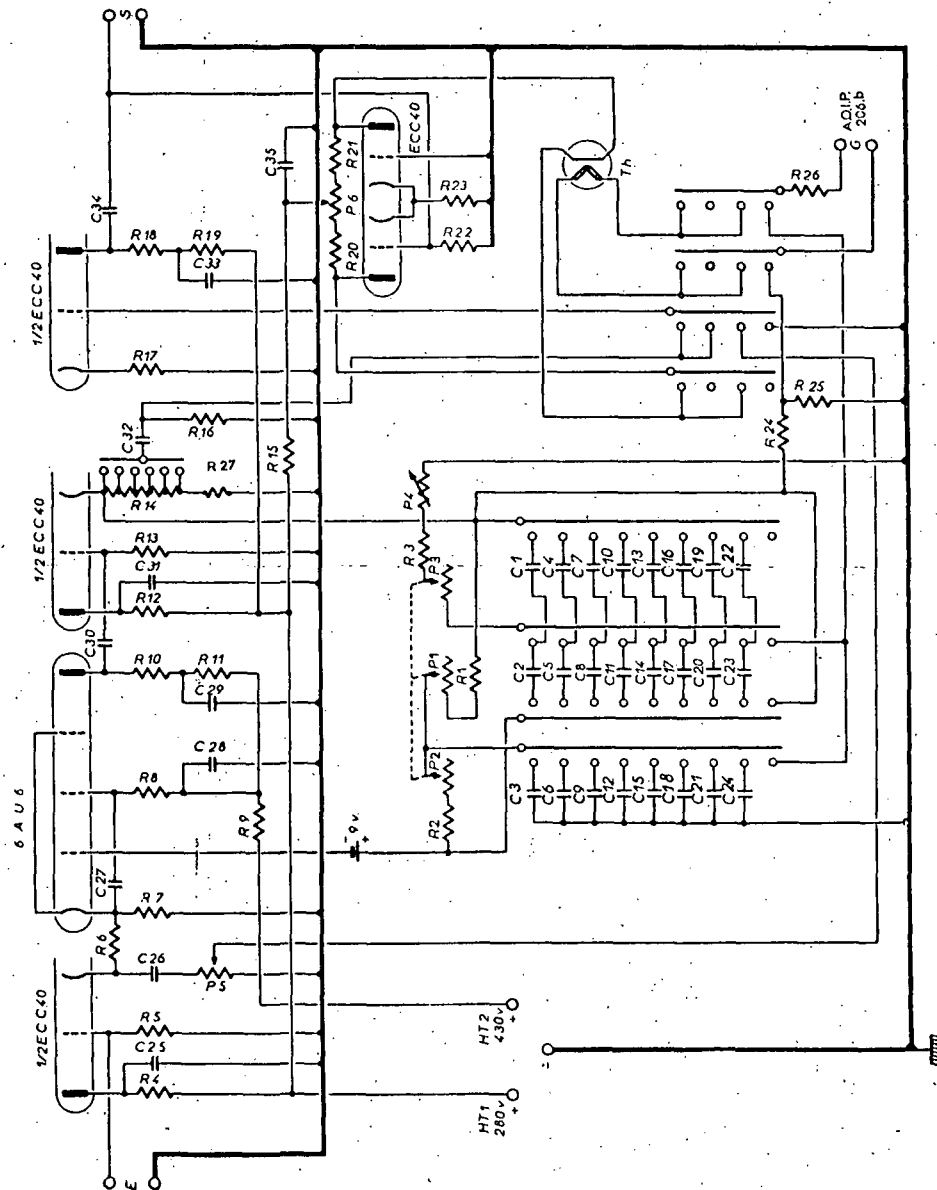
Le détecteur quadratique est constitué par deux tubes électroniques montés en « balance » qui commandent le primaire d'un thermocouple dont le secondaire est connecté aux bornes d'un galvanomètre.

### 2,32 Réalisation.

La figure 3 donne le schéma de l'appareil. L'amplificateur de gain 40 dB, comporte un étage apériodique équipé d'un tube électronique à forte pente 6 AU 6 ou EF 42. L'entrée est effectuée sur la cathode par une résistance de faible valeur, grâce à un étage « cathode follower ».

Le circuit en « T parallèle accordé », est connecté par l'intermédiaire d'un deuxième étage « cathode follower »; l'impédance d'entrée n'est ainsi que de 200  $\Omega$ , faible devant celle du circuit sélectif qui est toujours supérieure à 15 000  $\Omega$ ; le pont tient lieu de





R	1	10	Kwobb	C	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66																																						

Fig. 3. — Schéma amplificateur sélectif

résistance de fuite pour la grille de la lampe amplificatrice, ceci pour obtenir un fonctionnement optimum du circuit accordé.

Le filtre en double T doit être réalisé avec grand soin, les potentiomètres bobinés sont de haute précision à course réglable et de grand diamètre (13 cm); leurs résistances sont de 50 000 à 150 000  $\Omega$  selon les appareils.

Un potentiomètre  $P_1$  permet de régler l'équilibre des résistances pour la réalisation de la condition [22]  $\frac{R_1 + R_2}{1 + R_3} = 1$  à 0,001 près (une commutation permet d'ailleurs de réaliser un pont intérieur pour effectuer au besoin le tarage). Un déséquilibre des résistances revient à introduire un terme réactif apériodique.

Les condensateurs, constituant sept gammes, ont été comparés entre eux au millième près; leur résistance d'isolement doit être élevée, supérieure à 500 M $\Omega$  au moins, comparativement aux résistances des potentiomètres constituant le circuit sélectif.

Le domaine des mesures s'étend pour l'appareil décrit de 1 à 5 400 Hz (*fig. 3*). Deux autres analyseurs identiques entre eux ont été construits, qui ont des caractéristiques analogues au premier, mais une bande de mesure de 5,5 à 16 000 Hz. Récemment, les condensateurs au papier, qui évoluent beaucoup dans le temps, ont été remplacés par des condensateurs au mica de haute précision et stabilisés par vieillissement, pour les valeurs inférieures à 0,25  $\mu$ F.

Un commutateur permet de faire fonctionner l'appareil en amplificateur, soit sélectif, soit apériodique, soit encore en amplificateur apériodique à contre-réaction totale, le gain étant alors égal à l'unité dans la bande des mesures.

Le système détecteur quadratique est constitué par deux demi-tubes électroniques ECC 40 en équilibre; le primaire d'un thermocouple étant placé entre les anodes, lorsqu'une grille de l'une des triodes est excitée, le courant au primaire du thermocouple est proportionnel à la tension d'excitation; la tension au secondaire proportionnelle au carré de la tension à l'entrée est lue sur un galvanomètre à longue période (environ 2,6 s).

Un affaiblisseur étalonné permet de maintenir le signal de sortie presque constant et d'éviter les effets de saturation.

Le galvanomètre est amorti par une résistance égale à  $\frac{1}{10}$  à  $\frac{1}{4}$  de sa résistance critique.

Un circuit dérivateur à résistance-capacité (tube 6 SK 7) peut être utilisé, soit pour mesurer directement le rapport :

$$(40) \quad \frac{\left(\frac{\partial e}{\partial t}\right)^2}{e^2} = \frac{\int_0^\infty n^2 F(n) dn}{\int_0^\infty F(n) dn}$$

soit pour servir de filtre égalisateur à l'entrée de l'amplificateur sélectif.

2,33 Cou

L'é

Pou

degrés à 5

l'accord et

Gra

En

que la fon

(41) B =

Si

(42)

le numéra

(43)

Si

(44)

la fonction

(45)

qui s'ann

(46)

pour un

(47)

C<sub>0</sub>, C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>



### 2.33 Courbes de sélectivité.

L'étage amplificateur de gain  $A$  doit être apériodique dans la bande utilisée.

Pour le montage considéré, le déphasage  $\varphi$  est d'environ de  $3^\circ$  à  $144^\circ$  et de quelques degrés à  $5\,000\text{ Hz}$ . Ces valeurs sont acceptables car un calcul simple montre que le gain à l'accord et la bande passante ne sont pratiquement pas modifiés si  $\sin^2 \varphi \ll 1$ , soit  $\varphi \ll 6^\circ$ .

Graves sont les imperfections possibles du pont.

En appliquant la méthode des courants fictifs au réseau en double T, on trouve que la fonction  $B$  a pour expression complète (1) :

$$(41) \quad B = \frac{R_1 R_2 R_3 - \frac{R_3 (C_1 + C_2)}{C_1 C_2 C_3 \omega^2} + i \left[ \frac{1}{C_1 C_2 C_3 \omega^3} - \frac{R_3 (R_1 + R_2)}{C_3 \omega} \right]}{\left( R_2 - \frac{i}{C_2 \omega} \right) \left( R_1 R_3 - \frac{1}{C_1 C_3 \omega^2} - \frac{i R_1}{C_1 \omega} - \frac{i R_3}{C_3 \omega} \right) - \frac{R_1 + R_3}{C_1 C_3 \omega^2} - i R_1 R_3 \left( \frac{1}{C_1 \omega} + \frac{1}{C_3 \omega} \right)}.$$

Si l'on a la relation :

$$(42) \quad \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2) R_3} = \frac{C_1 + C_2}{C_3}$$

le numérateur de  $B$  s'annule lorsque :

$$(43) \quad \omega^2 = \frac{1}{C_1 C_2 R_3 (R_1 + R_2)}.$$

Si l'on réalise les conditions :

$$(44) \quad C_1 = C_2 = \frac{C_3}{2} = C$$

$$R_1 = R_2 = 2 R_3 = 2 R,$$

la fonction  $B$  devient :

$$(45) \quad B = \frac{4 R^2 C^2 \omega^2 - 1 + 2 i R C \omega (4 R^2 C^2 \omega^2 - 1)}{20 R^2 C^2 \omega^2 - 1 + 2 i R C \omega (4 R^2 C^2 \omega^2 - 5)}$$

qui s'annule pour  $\omega_i = \frac{1}{2 RC}$ ; pour  $\omega$  voisin de  $\omega_i$ , on a  $B \sim \frac{1}{2} i \frac{\Delta \omega}{\omega_i}$ , si nous posons :

$$(46) \quad \begin{aligned} R_1 = R_3 &= R' & C_1 = C_2 &= C \\ R_3 &= R & C_3 &= C' \end{aligned}$$

pour un dérèglement du pont tel que :

$$(47) \quad \begin{aligned} \omega &= \omega_i + \Delta \omega \\ C' &= 2 C + \Delta C' \\ R &= \frac{R'}{2} + \Delta R \end{aligned}$$

(1) Sur la figure 3,  $R_1 = R_1 + P_1$ ,  $R_2 = R_2 + R_4$ ,  $R_3 = R_3 + P_2 + P_3$ . Les capacités sont  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  ou  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ , etc.

nous aurons :

$$(48) \quad B = \frac{1}{8} \left( \frac{\Delta R}{R} - \frac{\Delta C'}{C'} \right) + i \left( \frac{1}{2} \frac{\Delta \omega}{\omega_i} + \frac{1}{8} \frac{\Delta R}{R} + \frac{1}{8} \frac{\Delta C'}{C'} \right)$$

et l'expression du gain deviendra :

$$(49) \quad G = \frac{A}{1 + A \left[ \frac{1}{8} \left( \frac{\Delta R}{R} - \frac{\Delta C'}{C'} \right) + i \left( \frac{1}{2} \frac{\Delta \omega}{\omega_i} + \frac{1}{8} \frac{\Delta R}{R} + \frac{1}{8} \frac{\Delta C'}{C'} \right) \right]}$$

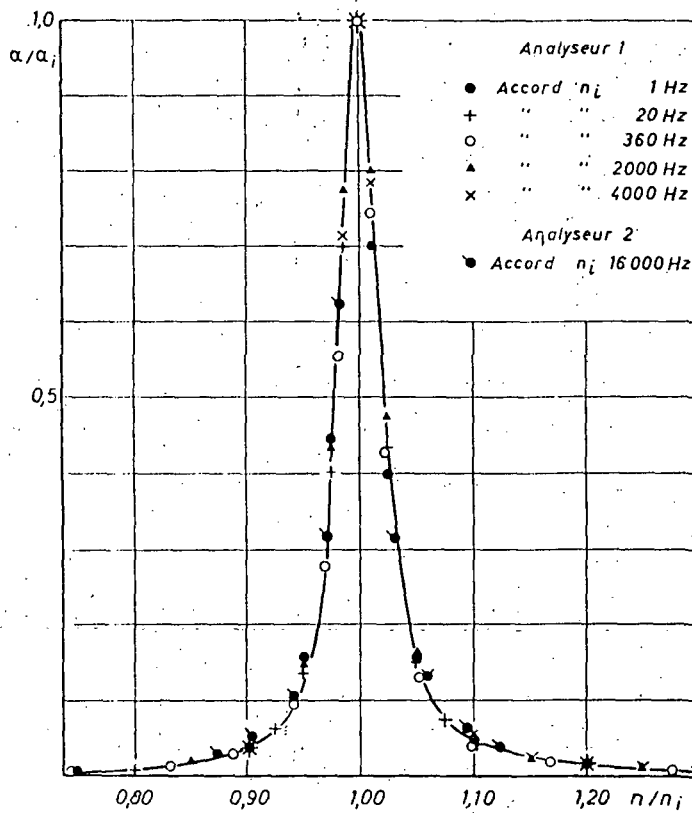


Fig. 4. — Courbes de sélectivité

Les dérèglages  $\frac{\Delta R}{R}$  et  $\frac{\Delta C'}{C'}$  interviennent affectés du terme d'amplification A, et sont donc rapidement importants; ils sont, suivant les signes, équivalents à une réaction ou à une contre-réaction. Le potentiomètre  $P_4$  permet de régler le terme  $\Delta R$ , de telle sorte que pour toutes les fréquences d'accord on ait sensiblement le même gain.

Le produit du carré du gain à l'accord par une largeur de bande passante équivalente  $\Delta n_i$  est donné par l'approximation suivante :

$$(50) \quad G^2 \cdot \Delta n_i \sim \frac{A^2}{\left[ 1 + \frac{A}{8} \left( \frac{\Delta R}{R} - \frac{\Delta C'}{C'} \right) \right]^2} \cdot 4 n_i \left[ 1 + \frac{A}{16} \left( \frac{\Delta R}{R} - \frac{\Delta C'}{C'} \right) \right]$$

$$(51) \quad G^2 \cdot \Delta n_i \sim 4 n_i A \left[ 1 - \frac{3A}{16} \left( \frac{\Delta R}{R} - \frac{\Delta C'}{C'} \right) \right]$$

Pour un spectre blanc, on trouve que l'erreur maximale est d'environ 4 %, correspondant donc à des valeurs de  $\frac{\Delta R}{R}$  et  $\frac{\Delta C'}{C'}$  de 0,001 environ, si  $\Lambda \approx 100$ . Il faut noter qu'avec de bons éléments de matériel électronique (précision 0,001) l'erreur peut être néanmoins importante.

La figure 4 donne les courbes de sélectivité en énergie obtenues avec des oscillations sinusoïdales à 1,20, 360, 2 000 et 4 000 Hz; sur la même figure, les valeurs correspondant

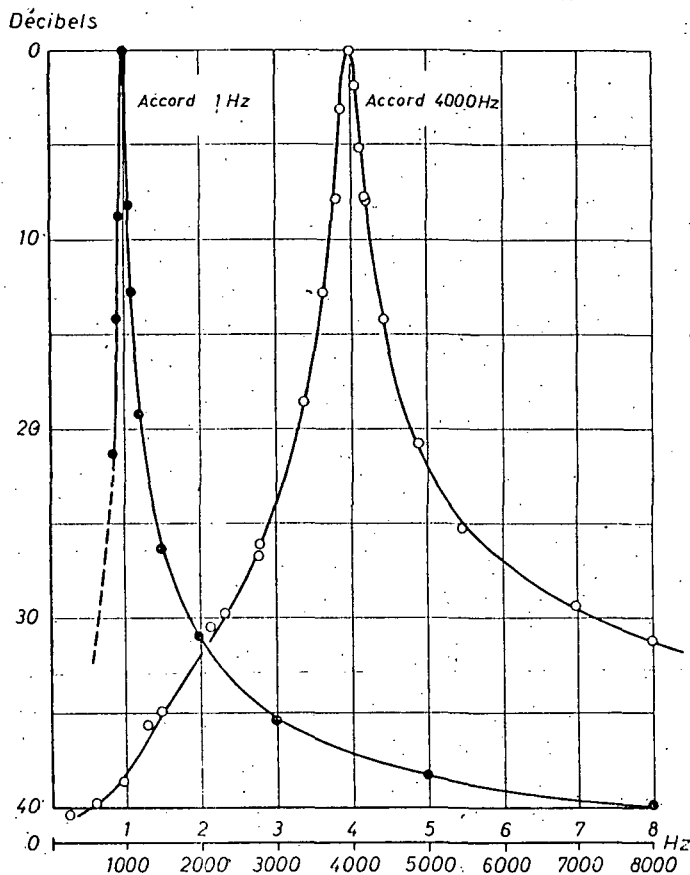


Fig. 5. — Affaiblissement par rapport à la fréquence d'accord

à 16 000 Hz pour les analyseurs (6 à 16 000 Hz) ont été portées, car leurs courbes de sélectivité relatives sont voisines.

Avec un réglage soigné, à l'aide du potentiomètre  $P_4$ , on arrive à une bonne similitude pour les diverses fréquences d'accord.

La bande passante  $\frac{\Delta n}{n_i}$  est en moyenne de 4,3 %, correspondant à un gain apparent de l'étage amplificateur de 93; ce gain est un peu inférieur au gain réel compte tenu de l'étage « cathode follower », le potentiomètre  $P_4$  étant réglé pour obtenir une légère contre-réaction à l'accord.

On peut agir sur la haute tension de l'amplificatrice et l'augmenter, le gain apparent dépasse alors 100.

La figure 5 montre les courbes de sélectivité, l'échelle du gain étant en décibels, pour les accords de 1 et 4 000 Hz. L'affaiblissement maximal atteint la valeur théorique de 40 dB.

### 2.34 Erreurs diverses de mesure.

L'erreur de mesure dépend de la complexité du spectre. Envisageons les divers cas rencontrés pour la turbulence.

a) Le spectre présente un maximum très accusé à la fréquence  $n_0$  (vibration mécanique, tourbillons alternés, vibration acoustique, etc.) le spectre mesuré aura un maximum relatif correspondant, dont les contours tendront vers la courbe de réponse du filtre.

Pour un accord sur la fréquence  $n_0$  la densité d'énergie spectrale mesurée sera :

$$(52) \quad v^2 F(n_i) = \frac{a^2}{2} \frac{1}{1 + \frac{\Delta n_i^2}{4} \left( \frac{n_0}{n_i} - 1 \right)^2}$$

si  $a$  est l'amplitude de la vibration supposée discrète de fréquence  $n_0$ . L'oscillation parasite sera décelée, si  $\frac{a^2}{2}$  est supérieur ou de l'ordre des erreurs de mesure sur  $v^2 F(n) \Delta n_i$ , soit pour l'appareillage utilisé :

$$(53) \quad \frac{a^2}{2 v^2 F(n_i) \Delta n_i} \geq 0,05.$$

b) Aux basses fréquences la fonction spectrale est pratiquement constante, l'erreur due au filtre est donc minimée; toutefois pour les fréquences inférieures à 10 Hz, la largeur de bande devenant étroite, l'énergie recueillie devient faible et une contribution parasite non négligeable provient des fréquences plus élevées.

Une commutation permet de faire fonctionner l'analyseur avec une contre-réaction totale aperiodique, et en apportant la correction correspondante, le gain sélectif  $G'$  du filtre devient :

$$(54) \quad G'^2 = \frac{A^2}{(1 + AB)^2} - 1,$$

$G' \rightarrow 0$  pour les fréquences très différentes de l'accord.

De plus, le « fil chaud » est compensé [63] de sa constante de temps  $M$  due à l'inertie thermique, le gain  $G''$  avec compensation étant  $G''^2 = 1 + M^2 \omega^2$  ( $M$  de 0,4 à 1 ms); pour les fréquences inférieures à 10 Hz, la compensation étant négligeable, elle n'est pas utilisée, ce qui contribue à augmenter l'affaiblissement effectif pour les fréquences supérieures à 10 Hz.

c) Aux fréquences moyennes, l'énergie recueillie est élevée et la correction de gain  $G'$  suffit.

d) Aux fréquences élevées, les spectres décroissent très rapidement comme  $n^{-h}$ ,  $h$  variant de 2 à 7. En principe, le filtrage ne modifie pas l'exposant  $h$ .

A la sortie du filtre, le spectre  $Z(n)$  est lié au spectre de la turbulence  $F(n)$  par la relation :

$$(55) \quad Z(n_i) = \int_0^\infty F(n) \Lambda\left(\frac{n}{n_i}\right) dn.$$

Dérivons par rapport à  $n_i$  :

$$(56) \quad Z' = \int_0^\infty F(n) \Lambda'\left(\frac{n}{n_i}\right) \cdot \left(-\frac{n}{n_i^2}\right) dn$$

en intégrant par parties par rapport à  $n$ , on trouve :

$$(57) \quad Z' = \int_0^\infty n \frac{F'(n)}{n_i} \Lambda\left(\frac{n}{n_i}\right) dn + \int_0^\infty \frac{F(n)}{n_i} \Lambda\left(\frac{n}{n_i}\right) dn.$$

Si  $F(n) = n^{-h}$  dans une bande assez large pour que  $\Lambda \approx 0$  en dehors :

$$(58) \quad n_i Z'(n_i) = -(h-1) Z(n_i),$$

soit :

$$Z(n) = n^{-(h-1)}$$

et compte tenu de la largeur de bande proportionnelle à  $n$ , l'énergie spectrale mesurée est :

$$(59) \quad Z(n) n^{-1} = n^{-h}.$$

Toutefois la valeur est mesurée par excès du fait du niveau d'énergie spectrale beaucoup plus élevé aux fréquences inférieures qui donne une contribution parasite notable. De plus  $F(n)$  n'est pas de la forme  $n^{-h}$  pour les fréquences plus faibles, et la pente du spectre mesuré est plus faible que celle du spectre réel.

Dans un cas critique des présentes mesures, l'énergie obtenue par excès (calculée à l'aide de l'intégrale en assimilant le spectre mesuré au spectre réel) pour le spectre derrière une grille de 1 pouce à une distance en aval de quatre-vingts mailles est de 4 % à 2 000 Hz, 14 % à 3 000 Hz, 25 % à 4 000 Hz et 33 % à 5 000 Hz (diminution de la pente environ 8 % de 4 000 à 5 000 Hz).

Pour éviter des corrections trop importantes, un circuit dérivateur à résistance-capacité peut être inséré à l'entrée de l'amplificateur, la réponse de ce filtre est linéaire de quelques hertz à 10 000 Hz. Le spectre mesuré est  $n^2 F(n)$ ; un filtre à résistance-capacité a également été utilisé. Le gain corrigé  $G'$  est correct. Les erreurs principales proviennent alors du bruit de fond de l'amplificateur.

Ce type d'analyseur est toutefois peu satisfaisant pour les fréquences supérieures à quelques kilohertz; une courbe de sélectivité beaucoup plus favorable, l'affaiblissement maximal étant plus grand pour une même largeur de bande, est celle donnée par deux

circuits faiblement sélectifs à fréquences d'accord décalées. Un essai a d'ailleurs été effectué [50].

La réalisation consisterait à avoir des gammes constituées de résistances fixes non selfiques et des condensateurs variables. Les résistances du pont des deux amplificateurs faiblement sélectifs (gain  $A \sim 20$ ) seraient telles que :

$$(60) \quad R' = R \quad R'' = R + a.$$

Les capacités étant égales, on aurait à l'accord :

$$(61) \quad \frac{\omega'}{\omega''} = 1 + \frac{a}{R} = \text{Cte} \quad \text{avec par exemple } \frac{a}{R} \sim 0,05.$$

Les courbes de sélectivité rapportées à la fréquence d'accord resteraient donc encore semblables.

Cet appareil serait adapté à l'étude de la turbulence en écoulement supersonique, où le spectre s'étend jusqu'à plusieurs centaines de kilohertz.

### 2,35 Normalisation des spectres.

Les écarts types  $\sqrt{v^2}$  des fluctuations turbulentes étant mesurées séparément, les valeurs expérimentales sont simplement normalisées :

$$\int_0^\infty F(n) dn = 1.$$

Dans le cas de l'appareillage utilisé, les fréquences limites sont en général 1 Hz et  $N \sim 5\,000$  Hz correspondant à 0,98 à 1,00 de l'aire totale de l'intégrale entre 0 et une valeur de  $N$  très grande.

L'évaluation de l'aire totale est d'ailleurs précise, étant donné que pour  $n \sim 1$ ,  $F(n) \sim \text{Cte}$ , et pour  $n \sim 5\,000$  Hz  $F(n)$  décroît comme  $n^{-2}$  approximativement.

Souvent, il est préférable de mesurer l'aire délimitée par la courbe  $n F(n)$ , les fréquences étant portées en échelle logarithmiques :

$$(62) \quad \int_0^\infty n F(n) d \log_e n \equiv \int_0^\infty F(n) dn.$$

Le planimètre polaire (1) utilisé permet d'apprécier  $10 \text{ mm}^2$ ; l'aire à mesurer étant toujours supérieure à  $100 \text{ cm}^2$ , l'erreur principale vient non plus du planimétrage, mais de l'incertitude du tracé due à la dispersion des points expérimentaux.

### 2,36 Précision des mesures.

L'erreur systématique principale est due aux variations de la courbe de sélectivité par suite des termes réactifs  $\frac{\Delta R}{R}$  et  $\frac{\Delta C'}{C'}$ . Elle atteint pour un spectre blanc  $\pm 4 \%$

(1) Le dernier utilisé.

(cf. 2,33). Le pour avoir

L'erre

Les e  
si les distors  
à l'aide d'al  
avec les pré  
variations d

Les e  
peuvent être  
thermique d



En c  
provient du  
5 % aux fr  
turbulente),  
de 1 % peu  
variation d  
(poussière),

Aux  
chaud, est  
il introduit  
par exempl  
et des fréq

(cf. 2,33). Le spectre étant continu, les fréquences de mesure peuvent souvent être choisies pour avoir une erreur moindre.

L'erreur sur la fréquence d'accord est faible : quelques millièmes.

Les erreurs provenant du détecteur quadratique sont également négligeables, si les distorsions des lampes ou la saturation du thermocouple sont évitées (contrôles à l'aide d'affaiblisseurs étalonnés). Aux fréquences supérieures à 2 000 Hz (cf. 2,34) avec les précautions signalées, l'erreur d'appareillage redevient alors celle due aux variations des courbes de sélectivité.

Les erreurs dues aux anémomètres à fils chauds ne sont pas examinées, elles peuvent être importantes du fait surtout d'une mauvaise compensation de l'inertie thermique du fil chaud [63], ou d'effets de saturation.

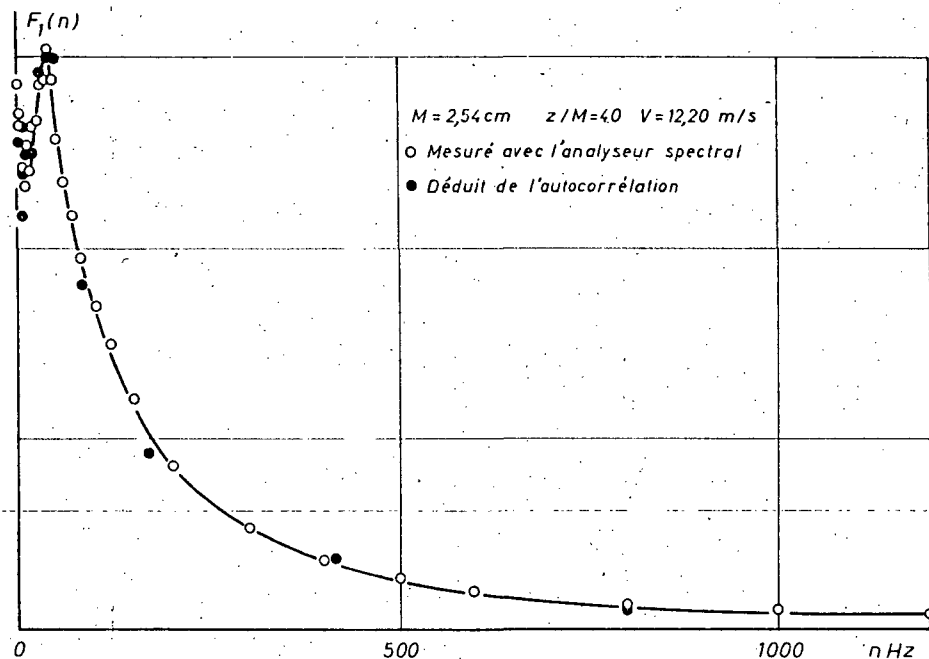


Fig. 6. — Comparaison de spectres. Turbulence derrière grille

En ce qui concerne les erreurs aléatoires de mesure, la part la plus importante provient du temps fini de mesure. Avec les temps choisis, la dispersion relative est de 5 % aux fréquences basses (valeur déterminée pour les mesures dans la couche limite turbulente), et reste toujours supérieure à 1 % aux fréquences moyennes. Le résidu de 1 % peut être considéré comme provenant des erreurs diverses classiques de mesure : variation de tension du réseau électrique d'alimentation, évolution du fil chaud (poussière), etc.

Aux fréquences élevées, le bruit de fond, provenant de l'amplificateur et du fil chaud, est théoriquement peu gênant étant sans corrélation avec la turbulence; en fait, il introduit une erreur aléatoire notable s'il devient de l'ordre du signal turbulent (cas, par exemple, d'un fil chaud peu chauffé pour les mesures de fluctuations de température et des fréquences élevées dans tous les cas).

A titre indicatif, de nombreuses comparaisons ayant été faites [30], [32], sur la figure 6 est donnée la comparaison d'un spectre mesuré avec l'analyseur spectral et calculé par transformation de Fourier (formule 8) du coefficient d'autocorrélation obtenu avec l'appareil de la mesure de corrélation dans le temps et l'espace [13].

La concordance est satisfaisante à la précision près des mesures.

## 2.4

### APPAREILLAGES DIVERS

L'installation aérodynamique, soufflerie [62], [71], maquette sera décrite à propos des résultats d'expérience.

#### 2.41 Anémomètres à fils chauds.

Deux types ont été utilisés, les anémomètres réalisés à T.L.M.S.T. par MM. J. GAVIGLIO et L. MIRANNE, dont la bande passante s'étend de 1 Hz à 5 000 Hz avec un filtre passe-bas pour diminuer le bruit de fond [63] et les anémomètres type KOVASZNAVY [13] dont la bande passante s'étend de 1 Hz à 10 000 Hz avec un affaiblissement inférieur à 2 dB sur la bande B.

Un dispositif de tarage de la constante de temps du fil chaud par courant haute fréquence modulé par tout ou par rien a été adapté à ces anémomètres, ainsi qu'un pont de contrôle des tensions continues du fil chaud.

En ce qui concerne les fils chauds, des fils en platine de diamètre 2 à 7  $\mu$  et de longueur 0,1 à 0,8 mm ont été utilisés.

Pour la mesure des spectres des composantes transversales des fluctuations de vitesse des sondes à fils chauds en X ont été employées selon la méthode classique [49], [63].

#### 2.12 Détecteur en puissance quatre.

La figure 7 donne le schéma d'un amplificateur quadratique : deux triodes ECC 40 assez fortement polarisées sont excitées séparément par un signal  $e$  et lui-même déphasé de  $\pi$ . Dans le circuit  $a$   $a'$  les tensions continues en  $a$  et  $a'$  étant égales, le courant fluctuant  $i$  est proportionnel au carré de la tension  $e$  lorsque les potentiomètres sont convenablement réglés. Le primaire d'un thermocouple de haute précision (sensibilité nominale 1,5 mA) étant parcouru par le courant  $i$ , la tension moyenne au secondaire lue sur un galvanomètre est proportionnelle à  $e^4$ .

Le coefficient d'aplatissement  $F = \frac{e^4}{(e^2)^2}$  est mesuré en tarant l'amplificateur avec un signal sinusoïdal pour lequel  $F = 1,5$ . Cette opération est rendue nécessaire assez fréquemment à cause des dérivés lentes des tensions continues en  $a$  et  $a'$  de l'amplificateur quadratique, dues aux effets thermiques.

La troisième triode ECC 40 permet aussi de superposer au courant  $i$  un courant  $i'$  proportionnel à une tension  $e'$ .



R	1	1 K	3.3 K
	2	100 K	10 K
	3	1 M	10 K
	4	22 K	
	5	10 K	
	6	10 K	
	7	560 K	
	8	560 K	
	9	10 K	
	10	100	
	11	470	
	12	1.8 K	
	13	1.8 K	
	14	3.3 K	
P	1	150 K	
	2	100 $\omega$ bob	
	3	500 $\omega$ bob	
	4	10 K $\omega$ bob	
	5	10 K $\omega$ bob	
C	1	1 $\mu$ f	
	2	1 $\mu$ f	
	3	1 $\mu$ f	
	4	1 $\mu$ f	
	5	1 $\mu$ f	

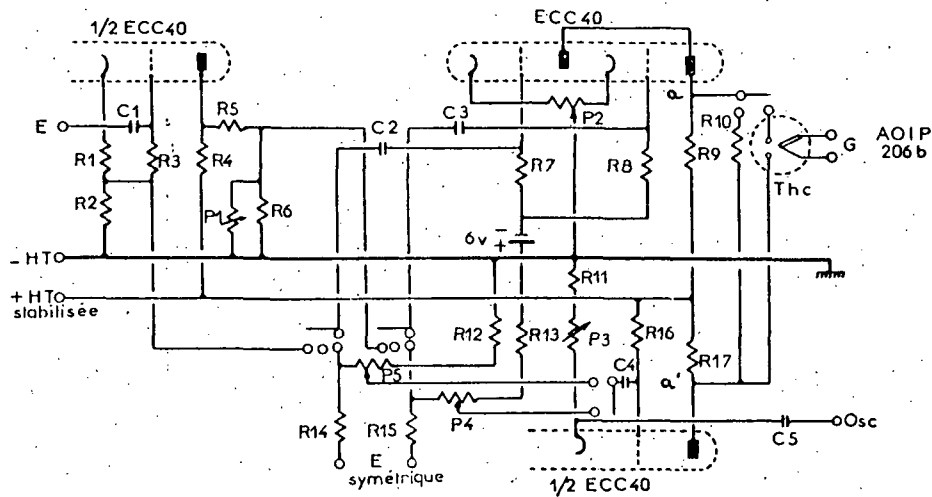


Fig. 7. - Détecteur en puissance quatre

R	1	1 K	500 K
	2	20	100 K
	3	500 $\omega$ b	10 K
	4	10	10 K
	5	10	10 K
	6	100	
	7	220	
	8	470	
	9	270	
	10	100	
	11	470	
	12	50	
P	1	100 K	
	2	10 K	
	3	100 K	
C	1	1000 $\mu$ f	
	2	1 $\mu$ f	
	3	0.5 $\mu$ f	
	4	32 $\mu$ f	
	5	100 pf	
	6	1 $\mu$ f	

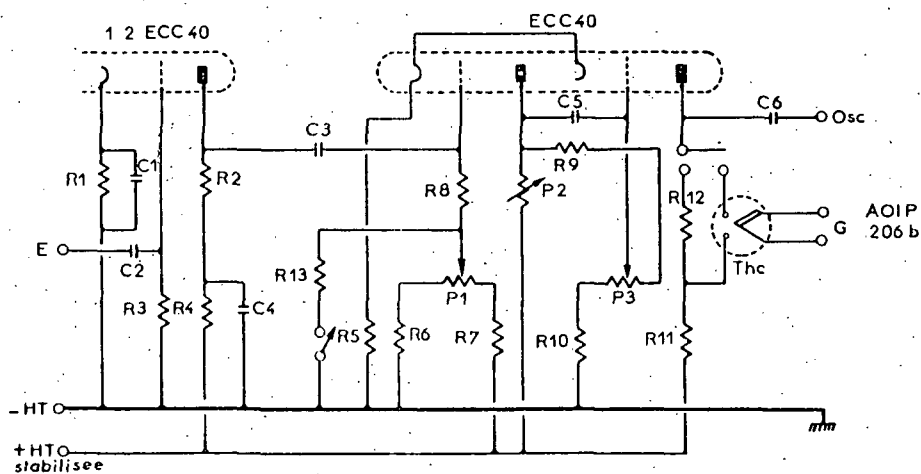


Fig. 8. - Détecteur de niveau

De telle sorte que;  $a$  et  $b$  étant des coefficients :

$$(63) \quad \begin{aligned} (i + i')^2 &= a^2 e^4 + b^2 e'^2 + 2ab e^2 e' \\ (i - i')^2 &= a^2 e^4 + b^2 e'^2 - 2ab e^2 e' \\ i'^2 &= b^2 e'^2 \\ i^2 &= a^2 e^4 \end{aligned}$$

on en tire le coefficient de corrélation triple :

$$(64) \quad r = \frac{e^2 e'}{\sqrt{e^4 e'^2}} = \frac{(i + i')^2 - (i - i')^2}{4 (i^2 i'^2)^{1/2}}$$

Le coefficient de dissymétrie  $S = \frac{e^3}{(e^2)^{3/2}}$  est donné connaissant  $F$  par l'expression :

$$(65) \quad S = \sqrt{17} r.$$

Dans les zones d'intermittence (cf. 3,4) par suite de la dissymétrie et des pointes du signal turbulent ( $F$  atteint 20,  $r \sim 0,6$ ), l'intensité des fluctuations doit être réglée à un niveau très faible pour éviter les effets de saturations; les mesures deviennent alors imprécises.

#### 2.43 Détecteur de niveau.

Un système classique à deux positions d'équilibre par blocage de lampes (bascule) permet d'obtenir dans la lampe conductrice un courant  $i$  constant lorsque l'amplitude du signal d'entrée  $X$  dépasse un seuil constant  $A$  (fig. 8).

Le courant  $i$  parcourt le primaire d'un thermocouple, le secondaire étant branché sur un galvanomètre dont la déviation moyenne  $\alpha$  est alors proportionnelle à :

$$\text{Prob}(X > A).$$

Du fait du détecteur quadratique le signal  $\alpha_b$  correspondant à la lampe bloquée est absolument négligeable devant la valeur  $\alpha_c$  lampe conductrice.

Le seuil  $A$  est réglé à l'aide de potentiomètres. Il est indépendant de la fréquence jusqu'à plus de 5 000 Hz. Le niveau du signal peut être mesuré avec précision à l'entrée du circuit à bascule (à la sortie de l'analyseur ou de l'anémomètre, on dispose d'un détecteur à thermocouple).

Un signal sinusoïdal sert à déterminer la tension de seuil.

L'écart type étant égal à  $K$  fois la tension de seuil, on mesure la probabilité pour que  $X$  étant rapporté à l'écart type  $\sigma$   $\text{Prob}\left(X > \frac{1}{K}\right)$ . Pour trouver la constante de

proportionnal  
si  $\alpha_c$  est le sig

Comm

et :

Le sig

En ce

sinusoïdal et

variant de 0

des probabili

$\frac{1}{K} < 1$ , et p

tendant ver

Les r

de probabil

proportionnalité la mise en circuit d'une résistance rend la lampe toujours conductrice, si  $\alpha_c$  est le signal correspondant on a :

$$\frac{\alpha}{\alpha_c} = \text{Prob} \left( X > \frac{1}{K} \right).$$

Comme le signal peut être déphasé de  $\pi$ , on a selon le signe de X :

$$\frac{\alpha}{\alpha_c} = \text{Prob} \left( |X| > \frac{1}{K} \right) \quad \text{pour les } X < 0$$

et :

$$\frac{\alpha}{\alpha_c} = \text{Prob} \left( X > \frac{1}{K} \right) \quad \text{pour les } X > 0.$$

Le signe de X est d'ailleurs de pure convention.

En ce qui concerne la précision, elle est, compte tenu de tarages avec un signal sinusoïdal et des résultats obtenus avec un signal turbulent, acceptable pour les valeurs  $\frac{1}{K}$  variant de 0,2 à 3 fois l'écart type. Le tarage avec une sinusoïde montre que les valeurs des probabilités totales sont obtenues systématiquement par excès de 1 à 2 % pour  $\frac{1}{K} < 1$ , et pour  $1 < \frac{1}{K} < 3$  avec des erreurs aléatoires croissant avec  $\frac{1}{K}$ , la probabilité tendant vers des valeurs très faibles.

Les résultats seraient plus précis avec un compteur à impulsions, la densité de probabilité pouvant être obtenue directement.

Ils concernent principalement les écoulements en aval de grilles de turbulence et dans les couches limites turbulentes sur plaque plane.

### 3,1 SPECTRES DE TURBULENCE EN AVAL DE GRILLES

#### 3,11 Caractères généraux.

Diverses grilles ont été disposées dans la soufflerie à très faible niveau de pré-turbulence S1, dont les dimensions de la section de la veine d'expérience sont de  $80 \times 80$  cm [30].

La grille utilisée le plus souvent est constituée de barreaux métalliques de diamètre 0,5 cm, deux rangées tangentes formant des mailles carrées de dimension  $M = 2,54$  cm (1 pouce).

La vitesse de la soufflerie étant de 12,20 m/s et le nombre de Reynolds de maille correspondant de 21 000, les mesures étaient effectuées dans des conditions semblables à celles de H. L. DRYDEN au National Bureau of Standards (E.-U.).

Les spectres ont été relevés jusqu'à une distance  $z$  de quatre-vingts mailles. L'énergie des fluctuations turbulentes décroît en principe dans cette région selon l'inverse de la distance à la grille; l'expression trouvée pour la grille de 1 pouce, déterminée pour les distances de quelques mailles à quarante mailles, est :

$$(1) \quad \frac{V^2}{v_i^2} = a \left( \frac{z}{M} - \frac{z_0}{M} \right),$$

$\frac{z_0}{M} \sim 3$  et  $a = 115$  (valeurs dans l'axe d'une maille).

G. K. BATCHELOR et A. A. TOWNSEND [11] donnent pour des distances de vingt à sept cinquante mailles :

$$a \sim 134, \quad \frac{z_0}{M} \sim 10.$$

En outre, ces différences dans les valeurs des constantes peuvent s'expliquer par les inhomogénéités des grilles de turbulence, que H. L. GRANT et I. C. T. NISBET attribuent au fait que le point de décollement sur les barreaux est sensible à des petits changements dans la géométrie, ou à l'état de surface [59].

La pré-turbulence joue probablement aussi un rôle important [75].

H. L. DRYDEN notait, dès les premières mesures, que les valeurs spectrales  $F_1(n)$  à de tels nombres de Reynolds pouvaient être en première approximation représentées par la formule empirique (1) :

$$(2) \quad F_1(n) = \frac{4 L_1^2 V}{1 + 4 \pi^2 L_1^2 n^2 V^2}$$

$L_1$  étant la longueur de corrélation longitudinale,  $V$  la vitesse générale :

$$L_1 = \int_0^\infty r_{1,1}(r_1, 0, 0) dr_1$$

$r_{1,1}$  coefficient de corrélation longitudinale dans l'espace.

H. W. LIEPMANN, J. LAUFER et K. LIEPMANN au C.A.L.T.E.C. ont confirmé ce résultat pour les nombres de Reynolds de mailles faibles (pour un écoulement turbulent) de  $Re_M \sim 10^4$  [27].

Aux fréquences élevées, qui correspondent à une dissipation par viscosité importante, la formule de DRYDEN cesse d'être applicable; les auteurs précités ont, en particulier, montré expérimentalement que le moment d'ordre 6 semblait être fini :

$$\int_0^\infty n^6 F_1(n) dn \rightarrow \text{limite, si } N \rightarrow \infty$$

Si la distance à la grille est très élevée, de l'ordre de mille mailles, la représentation de DRYDEN n'est plus satisfaisante, le spectre tendant à devenir de la forme gaussienne [27], [40],  $\exp(-\alpha n^2)$ .

Lorsque le nombre de Reynolds augmente, par exemple si  $Re_{\lambda_1} = \frac{V \lambda_1}{\nu} \quad (2)$  qui vaut environ 41 dans le cas de nos mesures dépasse quelques centaines ( $Re_M > 10^5$ ), la décroissance du spectre s'effectue selon une loi en  $n^{-5/3}$  dans une bande de fréquences intermédiaire contenant une part importante de l'énergie totale.

En effet, le nombre de Reynolds étant suffisamment élevé, il existe, selon Kolmogorov, une échelle intermédiaire de tourbillons qui participent d'une quantité négligeable à la dissipation par viscosité, tout en étant suffisamment petits pour ne pas dépendre des conditions particulières de l'écoulement général à grande échelle, mais seulement des conditions intrinsèques à la turbulence.

Des considérations d'analyse dimensionnelle montrent alors que la densité d'énergie spectrale est de la forme universelle :

$$(3) \quad \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$$

(1) Le coefficient d'autocorrélation correspondant est  $\exp\left(-\frac{V}{L_1} |x|\right)$ .

(2) Longueur de dissipation, avec l'hypothèse de TAYLOR :

$$\lambda_1^{-2} = \frac{1}{V^2} \int_0^\infty n^2 F_1(n) dn$$

$\epsilon$  étant le taux de dissipation de l'énergie des fluctuations de vitesse turbulente :

$$(1) \quad \epsilon = -\frac{1}{2} \frac{d v_i v_i}{dt}$$

Des mesures spectrales effectuées par R. BERANOV [60], dans une turbulence à peu près isotrope, pour un nombre de Reynolds  $Re_\lambda \approx 250$ , donnent une vérification satisfaisante de la loi en  $k^{-5/3}$  ou  $n^{-5/3}$ .

De récentes mesures dans l'eau de mer donnent aussi une bonne vérification [81].

La validité de cette loi semble déborder le cas de la turbulence homogène et isotrope, puisqu'elle a été vérifiée par J. LAURIEU [39] dans un conduit cylindrique ( $Re_\lambda \sim 250$ ), et dans la couche limite turbulente (cf. 3,2).

Dans ces expériences en aval de grilles en soufflerie des nombres de Reynolds aussi élevés n'ont pas été atteints, la vitesse générale étant trop faible.

Toutefois quelques mesures spectrales à grand nombre de Reynolds ont pu être faites dans la grande soufflerie de Modane-Avrieux et les résultats obtenus seront examinés paragraphe 3,5.

### 3,12 Spectres aux basses fréquences.

La figure 9 présente un spectre  $F_1(n)$  de fluctuations mesuré en aval de la grille de mailles  $M = 1$  pouce à une distance  $\frac{z}{M} = 80$ , la vitesse générale étant  $V = 12,20$  m/s. Sur la même figure ont été portées les valeurs  $n^2 F_1(n)$  qui sont proportionnelles à la dissipation par viscosité du fait de la turbulence.

Si on définit  $n_E$  comme borne supérieure correspondant à 50 % de l'aire du spectre  $F_1(n)$ , soit  $\int_0^{n_E} F_1(n) dn = 0,5$ , on constate que l'intervalle  $0, n_E$  ne participe qu'à 1,2 % de la dissipation par viscosité.

De même une fréquence  $n_v$  pourrait être définie comme la borne inférieure correspondant à 50 % de l'aire de la courbe  $n^2 F_1(n)$ , l'intervalle  $n_v, \infty$  renfermerait moins de 2 % de l'énergie spectrale et 50 % de la dissipation par viscosité.

Dans le cas du spectre précité les valeurs obtenues sont :

$$n_E \sim 100 \text{ Hz} \quad \text{et} \quad n_v = 1020 \text{ Hz.}$$

Si la relation de DRYDEN est applicable  $n_E = \frac{V}{2\pi L_1}$ ,  $L_1$  étant la longueur de corrélation qui peut être calculée à partir de la relation  $L_1 = \frac{V F_1(\epsilon)}{4}$ ,  $F_1(\epsilon)$  étant la valeur spectrale limite lorsque  $n \rightarrow \epsilon$  ( $\epsilon$  fréquence très basse).

On trouve que  $\frac{V}{2\pi L_1} = 101$  Hz, valeur effectivement voisine de celle de  $n_E = 100$  Hz déterminée précédemment.

G. K. BARTHELOM indique que l'on peut prendre la longueur  $L_1$  comme caractérisant l'échelle des tourbillons qui renferment l'énergie, mais ne participent pratiquement pas à la dissipation par viscosité.

$F_1(n)10^6$

6

5

4

3

2

1

0

Fig. 9.

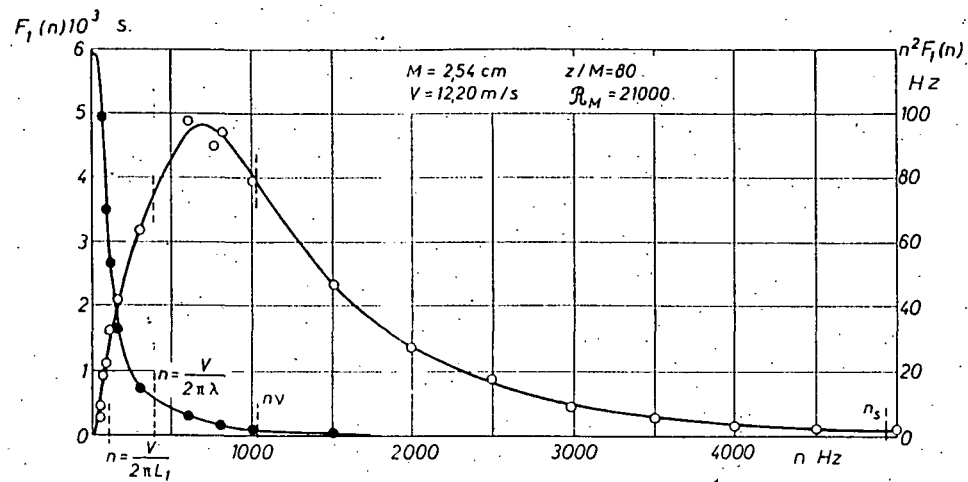


Fig. 9. --- Répartition spectrale de l'énergie  $F_1(n)$  ●. Répartition spectrale de la dissipation  $n^2 F_1(n)$  ○  
Turbulence derrière grille

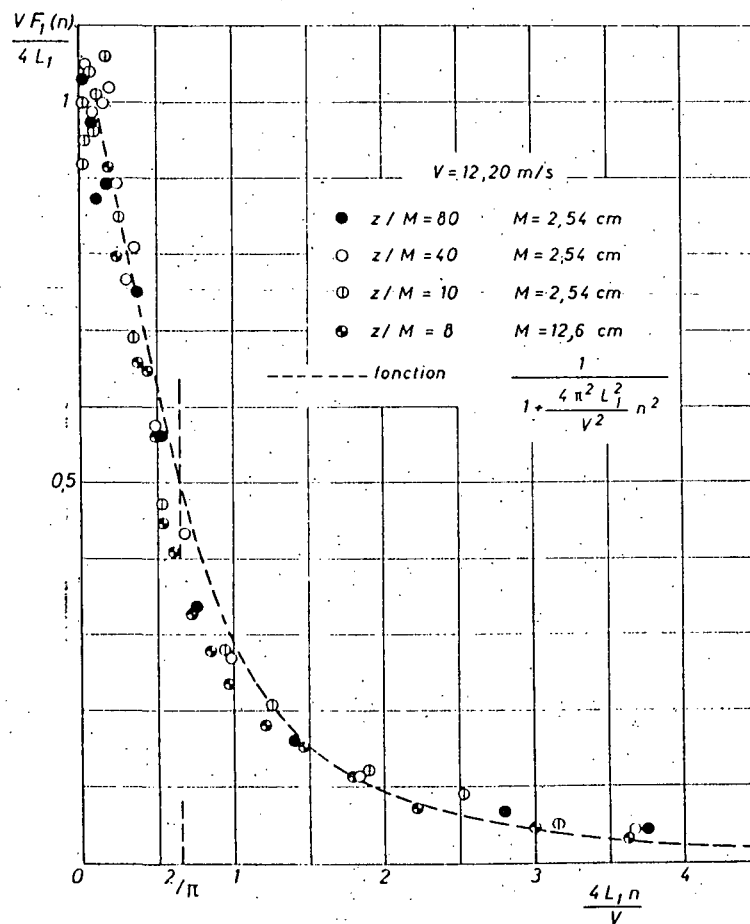


Fig. 10. --- Spectres de turbulence en aval de grilles

Sur la figure 10 les valeurs spectrales relatives  $F_1(n)$  mesurées dans les conditions précitées, pour les distances à la grille  $\frac{z}{M}$  de 10, 40 et 80, sont comparées à la courbe représentative de l'expression empirique :

$$F_1(n) = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{4} F_1^2(\epsilon) n^2}$$

Les points restent voisins de la courbe empirique, en considérant les écarts relatifs, jusqu'à une fréquence de l'ordre de  $2n_b$ , la bande correspondante renfermant près de 70 % de l'énergie totale.

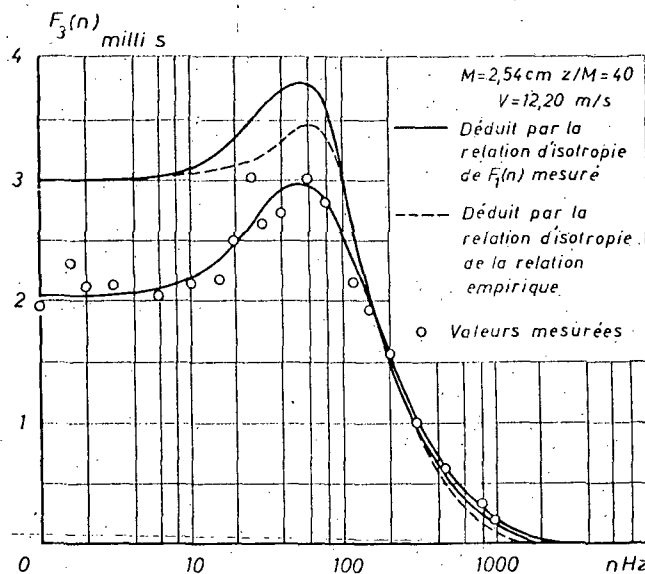


Fig. 11. — Spectre de fluctuations transversales. Turbulence derrière grille

Les valeurs correspondant à un spectre mesuré en aval d'une grille de mailles 12,6 cm à une distance de  $\frac{z}{M} = 8$  ont été également portées. Les écarts avec la courbe empirique sont plus grands, le nombre de Reynolds est d'ailleurs plus élevé  $Re_M \sim 105\,000$  et la turbulence est non homogène à cette distance de la grille.

3,121 En ce qui concerne le spectre des fluctuations transversales  $v_3$ , dans le cas de l'isotropie il est déduit du spectre  $F_1(n)$  par la relation :

$$(5) \quad F_3(n) = \frac{1}{2} [F_1(n) + n F_1'(n)]$$

et si le spectre  $F_1(n)$  est donné par la relation de DRYDEN, la fonction  $F_3(n)$  est :

$$(6) \quad F_3(n) = \frac{2 L_1}{V} \frac{1 + \frac{12 L_1^2 \pi^2}{V^2} n^2}{\left(1 + \frac{\pi^2 L_1^2}{V^2} n^2\right)^2}$$

Cette  
 $F_3(\epsilon) = \frac{1}{2} F_1$

Sur  
pour  $\frac{z}{M} = 8$

La c

On c  
derrière gri  
mesuré à li

La r

en suppos

En  
on pourrai  
bonne con  
toutefois m

3,122 Aux  
confirment  
calculer la

La j  
pour les fr

Les  
et à la mè  
 $d = 0,6$  en  
correction  
le spectre

Le  
section ca  
instabilités  
ou tout au

Le  
isolé de se  
pour la fr

Sur  
barreaux  
et 30,4 m  
élevée, ur

(1)  
fonctionnem  
(2)  
à barreaux :



Cette expression présente un maximum pour  $n = \frac{V}{\sqrt{3} \cdot 2 \pi L_1}$  et évidemment  $F_3(\varepsilon) = \frac{1}{2} F_1(\varepsilon)$ .

Sur la *figure 11*, le spectre  $F_3(n)$  déduit par la relation (5) du spectre  $F_1$  relevé pour  $\frac{z}{M} = 80$  et le spectre  $F_3(n)$  directement mesuré ont été portés.

La courbe en pointillé correspond à la formule (6).

On constate que pour les composantes à basses fréquences même dans l'écoulement derrière grille l'anisotropie est assez notable; toutefois, le maximum du spectre  $F_3(n)$  mesuré a lieu pour une fréquence de 60 Hz comme dans le cas de l'isotropie complète.

La représentation de Dryden reste assez bonne pour le spectre déduit de  $F_1(n)$  en supposant l'isotropie, le maximum ayant lieu à la fréquence  $\frac{V}{\sqrt{3} \cdot 2 \pi L_1} \sim 60$  Hz.

En prenant pour le paramètre  $L_1$  dans la formule (6) une valeur appropriée, on pourrait également obtenir entre l'expression (6) et le spectre réel  $F_3(n)$  une assez bonne concordance aux basses fréquences, le maximum donné par la formule étant toutefois moins accusé.

3,122 Aux fréquences très basses, nettement inférieures à  $n_b$ , les résultats expérimentaux confirment que les spectres tendent vers une valeur constante <sup>(1)</sup> qui peut servir à calculer la longueur de corrélation, si on admet l'hypothèse de Taylor.

La *figure 12* présente les mesures spectrales  $F_1(n)$  avec une échelle logarithmique pour les fréquences, de façon à dilater la zone des très basses fréquences.

Les spectres mesurés à une distance  $\frac{z}{M} = 40$  en aval de la grille de maille 1 pouce et à la même distance relative en aval d'une rangée de barreaux parallèles (diamètre  $d = 0,6$  cm distants de 3 cm) confirment très nettement la présence du palier (une correction dans le rapport des dimensions géométriques a été faite pour pouvoir comparer le spectre de cette grille aux autres).

Le spectre mesuré à égale distance d'une grille de maille 1 pouce, mais à barreaux section carrée, montre la grande énergie aux très basses fréquences par suite des instabilités provoquées par les arêtes vives des barreaux <sup>(2)</sup>; le spectre passe par maximum ou tout au moins tend vers une valeur finie.

Le quatrième spectre présenté est mesuré en aval et dans le plan d'un barreau isolé de section circulaire de diamètre 0,5 cm comme ceux composant la grille de 1 pouce; pour la fréquence  $n = 4$  à 5 Hz apparaît l'amorce d'un palier.

Sur la *figure 13* ont été tracés les spectres mesurés à une distance  $\frac{z}{d} = 50$  de barreaux de section circulaire (diamètre  $d = 1,2$  cm et 0,5 cm), aux vitesses de 29,2 m/s et 30,1 m/s. Comme précédemment mais plus nettement, la vitesse générale étant plus élevée, un palier se dessine.

(1) Toutefois il ne peut y avoir d'énergie spectrale à une fréquence inférieure à  $\frac{1}{T}$ , T étant la durée de fonctionnement de la soufflerie.

(2) A égale distance de quarante mailles, l'intensité relative de turbulence est de 1,5 % pour la grille à barreaux section circulaire, et de 2 % pour celle à barreaux section carrée.

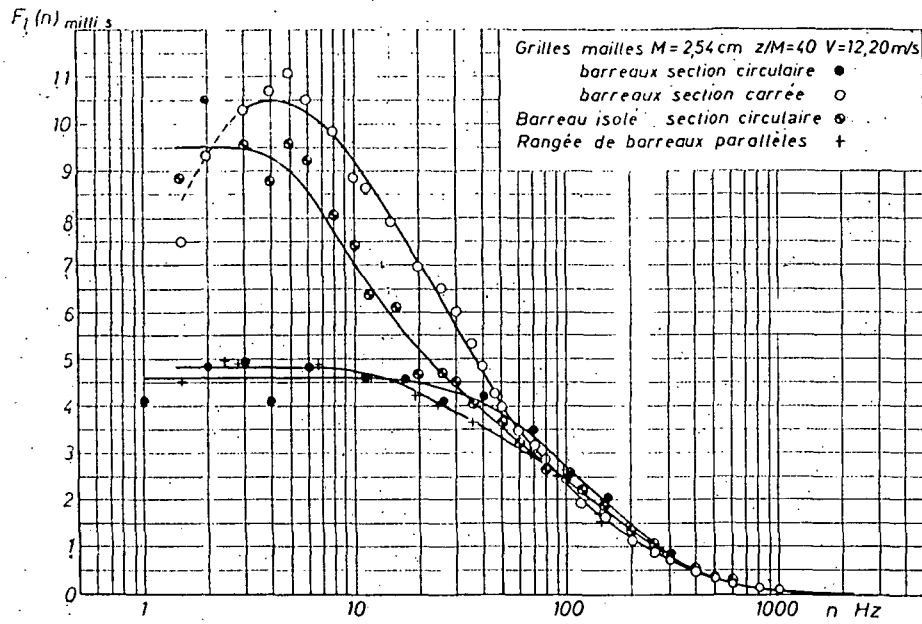


Fig. 12. — Spectres de turbulence

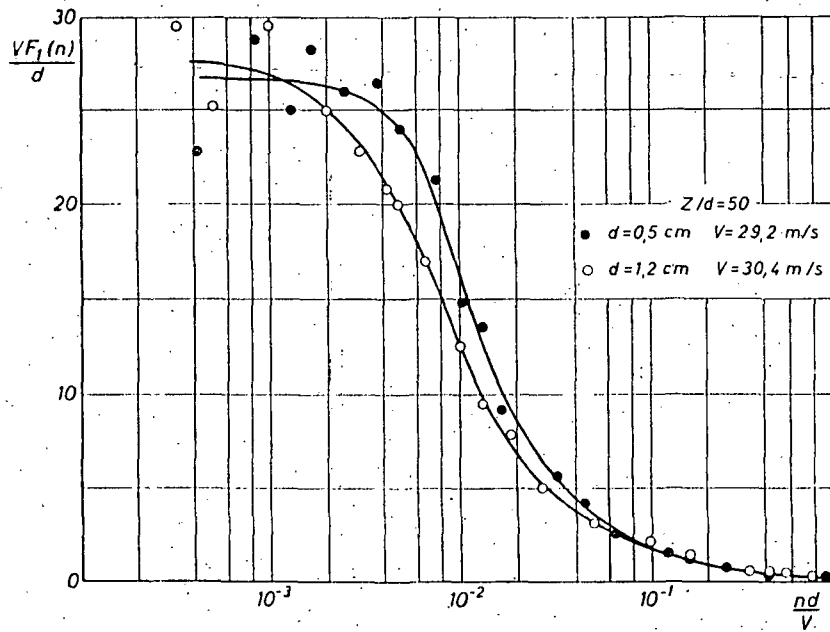


Fig. 13. — Spectres  $F_1(n)$  en aval de deux barreaux isolés de diamètres différents

Les fréquences correspondant aux rayons de courbures minimales (déterminées pour une échelle linéaire) situant l'amorce du palier des trois spectres précités, sont respectivement 4,5 Hz, 9,7 Hz et 12,2 Hz correspondant à des longueurs  $\frac{V}{2\pi n}$  de 43 cm, 18,4 cm et 39,8 cm qui sont voisines de la dimension de la demi-section de la veine d'expérience, soit 40 cm.

La position du palier paraît donc dépendre de considérations géométriques imposant une limitation à la dimension des plus gros tourbillons.

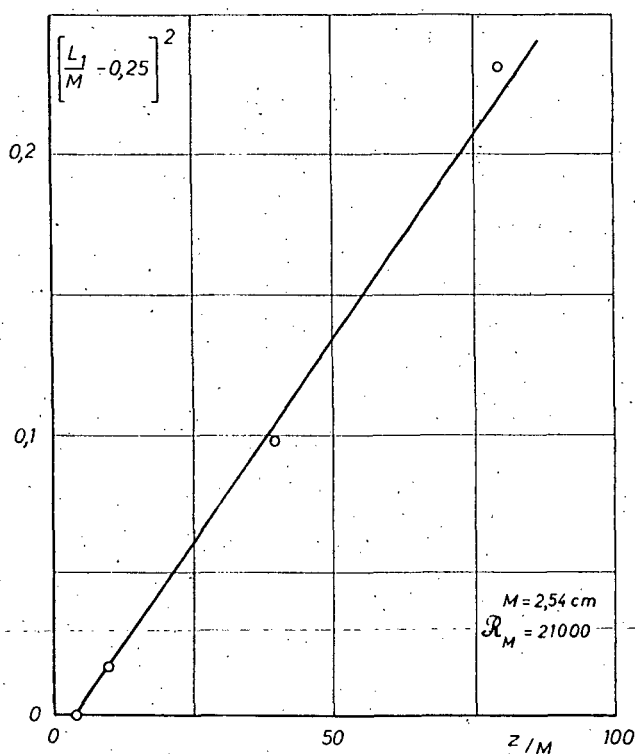


Fig. 14. — Variation de la longueur de corrélation  $L_1$

Dans le cas d'une grille à barreaux de section circulaire, la position du palier et la longueur de corrélation dépendent de la dimension de la maille.

Pour la grille biplane de maille  $M = 2,54$  cm la longueur de corrélation varie en fonction de la distance  $z$  en aval de la grille approximativement selon la loi parabolique suivante :

$$(7) \quad \left(\frac{L_1}{M} - 0,25\right)^2 = b \left(\frac{z}{M} - \frac{z_0}{M}\right).$$

La figure 14 donne les valeurs de  $\left(\frac{L_1}{M} - 0,25\right)^2$  mesurées en fonction de  $\frac{z}{M}$ , ainsi que la droite représentative de la relation précitée avec les coordonnées choisies.

Près de la grille, dans l'axe de la maille et dans la zone d'interférence des sillages issus des barreaux, la longueur  $L_1$  tend vers le quart de la maille.

La figure 15 donne la comparaison des spectres  $F_1(n)$  et des formes empiriques correspondantes, près des grilles de mailles  $M = 2,54$  cm et  $M = 8,50$  cm avec les valeurs de  $L_1$  égales à  $\frac{M}{4}$ .

Si l'on note comme précédemment les fréquences correspondant aux rayons de courbures minimales situant ainsi l'amorce du palier, on a pour la grille de 1 pouce  $n \sim 104$  Hz pour le spectre expérimental et 114 Hz pour la forme empirique, et la grille de 8,50 cm, respectivement,  $n \sim 28$  Hz et  $n \sim 34,8$  Hz.

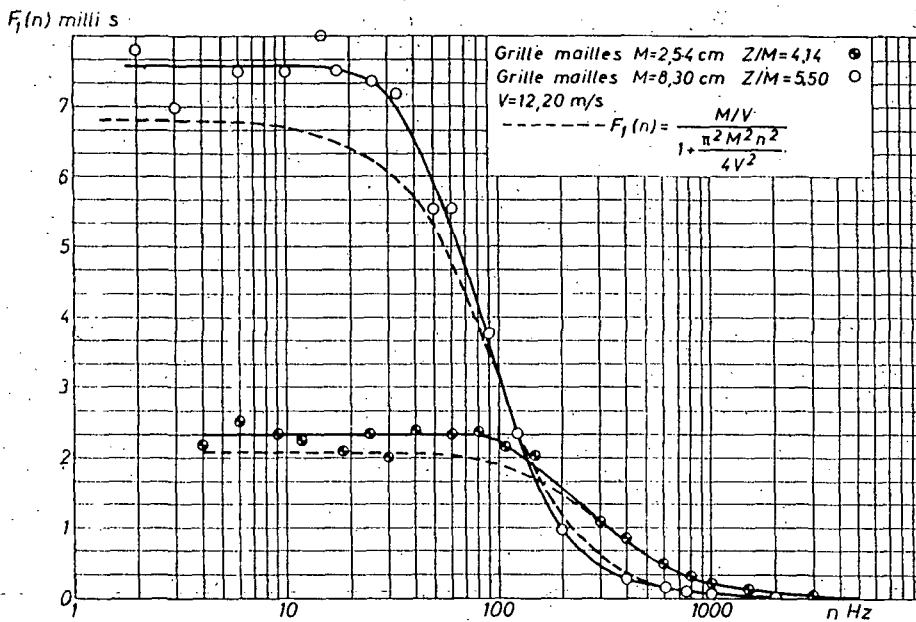


Fig. 15. - Spectres de turbulence

La position du palier aux très basses fréquences pour les grilles ordinairement utilisées est fixée par la dimension de la maille.

Dans le cas de la grille à barreaux de section carrée, le palier a lieu pour une fréquence beaucoup plus faible que celle correspondant à la dimension de la maille; il est d'ailleurs peut-être dû aux limitations d'envergure par les parois de la soufflerie, comme dans le cas d'un barreau isolé. L'effet de limitation de l'énergie spectrale aux basses fréquences dû à la grille ne joue pas, probablement à cause des instabilités entraînées par les arêtes des barreaux.

3,123 Soit un signal prenant des valeurs constantes  $\pm a$  à des instants aléatoires distribués selon la loi de Poisson :

$$\text{Prob (K changements)} = \exp(-a) \frac{a^K}{K!}$$

u ét:  
spectrale d

(8)

En  
pour la tu

Le s  
fluctuation  
donné qu't  
valeurs de  
moyenne)

grille  $\frac{2V}{u}$

Com  
et la plus  
de la maille  
que la déc  
rapport de

3,124 Des  
que dans le  
des fluctua

En  
spectrale t  
relation [6

(9)

Si l  
et le spec

On  
DRYDEN  
fonction s  
On

(10)

L'expressio

(11)

$u$  étant le nombre moyen de changement de signe par unité de temps, la densité spectrale d'énergie correspondante est [9] :

$$(8) \quad F(u) = \frac{2}{u} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{u^2}}$$

En posant  $u = \frac{V}{2L_1}$ , on identifie cette expression à celle de DRYDEN donnée pour la turbulence.

Le spectre est donc aux basses fréquences voisin de celui que l'on obtient avec des fluctuations de vitesse prenant des valeurs  $\pm a$ , à des instants aléatoires. Étant donné qu'une perturbation turbulente peut être considérée comme une suite de deux valeurs de signe opposé consécutives (la valeur des perturbations devant être nulle en moyenne) la dimension moyenne des perturbations sera  $\frac{2V}{u} = 4L_1$ , soit près de la grille  $\frac{2V}{u} = M$ .

Comme  $u \gg 1$ , on peut penser ainsi que, près de la grille, la dimension moyenne et la plus probable des perturbations turbulentes à basses fréquences est égale à celle de la maille. G. K. BACHELOR [40] aboutit à cette même interprétation en considérant que la décroissance de l'intensité de turbulence en aval de grille est une fonction du rapport de la distance  $z$  à la dimension  $M$ .

3.121 Des relations cinématiques concernant les spectres, on peut d'ailleurs déduire que dans le cas d'une turbulence homogène et isotrope en fluide incompressible, le spectre des fluctuations longitudinales tend vers un maximum au nombre d'onde zéro.

En effet, le spectre des fluctuations longitudinales  $E_1(k_1)$  est lié à la fonction spectrale totale  $E(k)$  d'HEINSENBERG dans l'espace infini des nombres d'onde  $k$  par la relation [69] :

$$(9) \quad \begin{aligned} E_1(k_1) &= \int_{k_1}^{\infty} \frac{E(k)}{k} \left(1 - \frac{k_1^2}{k^2}\right) dk \\ \frac{\partial E_1(k_1)}{\partial k_1} &= -2 k_1 \int_{k_1}^{\infty} \frac{E(k)}{k^3} dk. \end{aligned}$$

Si  $E(k)$  est une densité d'énergie positive, la valeur de  $\frac{\partial E_1}{\partial k_1}$  est toujours négative, et le spectre  $E_1(k_1)$  est maximal pour  $k_1 = 0$ .

On remarque d'ailleurs avec J. O. HINZE [68] que la fonction empirique de DRYDEN maximale pour  $k_1 = 0$  est aussi compatible avec la variation en  $k^4$  de la fonction spectrale totale  $E(k)$  au voisinage de  $k = 0$  [20].

On établit à partir de la relation (9) qui peut s'écrire :

$$(10) \quad k_1^2 \frac{\partial^2 E_1(k_1)}{\partial k_1^2} - k_1 \frac{\partial E_1(k_1)}{\partial k_1} = 2 E(k_1)$$

l'expression de la fonction spectrale totale :

$$(11) \quad E(k) = \frac{8}{\pi} v_1^2 L_1 \frac{L_1^4 k^4}{(1 + L_1^2 k^2)^3}$$

Elle présente un maximum pour  $k = \frac{1}{\sqrt{2} l_1}$ .

Cette longueur  $\sqrt{2} l_1$  peut être également prise comme échelle des tourbillons renfermant l'énergie [40], [68].

Si le spectre temporel  $F_1(n)$  présente un maximum relatif à une certaine fréquence il est donc probable que la turbulence est anisotrope ou que l'hypothèse de TAYLOR  $k_1 = \frac{2\pi n}{V}$  n'est pas applicable.

### 3.13 Effets des tourbillons périodiques issus des barreaux.

Il est décelé dans certaines conditions (1) en régime turbulent, en disposant un fil chaud dans le plan même de la grille biplane de maille  $M = 2,54$  cm (rapport  $\frac{M}{d} = 5$ ,  $Re_d = 4\,200$ ) des fluctuations périodiques induites par des tourbillons émis par la rangée de barreaux avais.

Si les barreaux sont à section carrée, les fluctuations périodiques sont très stables.

La fréquence  $N$  des fluctuations périodiques, mesurées avec un oscillateur, était de 500 Hz pour les barreaux de section circulaire, correspondant pour la vitesse de 12,20 m/s à un nombre de Strouhal  $S = \frac{Nd}{V} = 0,205$ , au lieu de 0,210 pour les mesures de tourbillons alternés [21], [34] derrière un barreau isolé.

Les tourbillons issus des différentes rangées consécutives avais des barreaux ne sont pas indépendants, les coefficients de corrélation mesurés dans le cas de la grille à barreaux de section carrée, avec deux fils chauds disposés au centre des mailles, sont donnés sur la figure 16.

Avec une seule rangée de barreaux parallèles (2) les tourbillons existent, mais les coefficients de corrélation sont plus faibles qu'eux pour les grilles biplanes précédentes.

Compte tenu du signe du coefficient de corrélation, les tourbillons se détachent très probablement selon un schéma dont une visualisation a été donnée par Prandtl [68] avec une grille comportant une seule rangée de barreaux parallèles (fig. 16).

Pour les grilles monoplanes à deux rangées de barreaux, aucune fluctuation périodique n'a été décelée, sauf celles beaucoup plus irrégulières et de niveau beaucoup plus faible dues à la turbulence induite par l'intermittence des nappes turbulentes issues des barreaux (3).

3.131 Les spectres  $F_1(n)$  présentent un maximum relatif aux basses fréquences lorsque la grille biplane de maille  $M = 2,54$  cm émet des tourbillons périodiques.

(1) Ces conditions n'ont d'ailleurs pu être établies; il semble que si la géométrie de la grille est parfaite, les tourbillons périodiques ne prennent en général pas naissance.

(2)  $\frac{M}{d}$  de 5 à 10, et  $Re_d = 5\,000$  pour ces expériences.

(3) Le coefficient de corrélation mesuré entre les fluctuations induites pour deux barreaux consécutifs est quasi nul.

	+ 0,24	+ 0,23	+ 0,19	+ 0,13	+ ...	} barreaux aval
	- 0,60	- 0,57	- 0,30	- 0,23	- ...	
	1	+ 0,63	+ 0,36	+ ...	+ ...	← barreaux amont



Visualisation due à Prandtl. Rangée de barreaux parallèles

$$M = 4,5 \text{ cm} \quad d = 1,5 \text{ cm}$$

Fig. 16. — Coefficient de corrélations des fluctuations périodiques  
aux centres de deux mailles

$$M = 2,54 \text{ cm} \quad V = 12,20 \text{ m/s}$$

La figure 17 montre les spectres mesurés aux distances  $\frac{z}{M} = 7,9, 15,7, 23,5, 31,4, 39,4$  d'une telle grille.

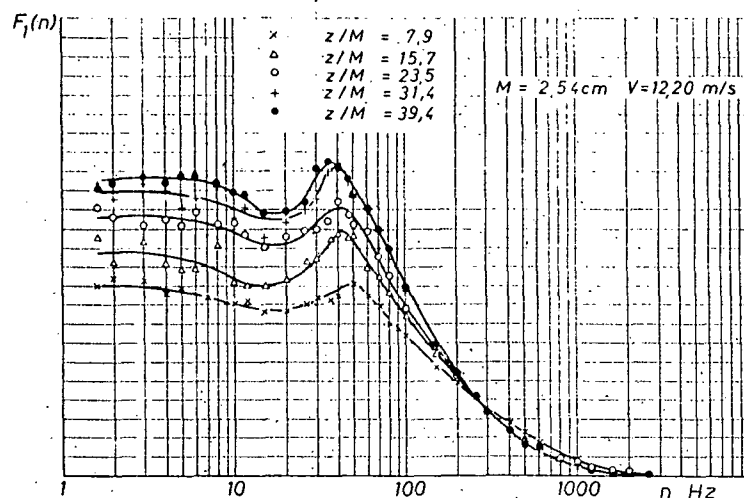


Fig. 17. — Spectres de turbulence. Évolution du maximum avec la distance  $z/M$

La fréquence correspondant au maximum décroît lorsqu'on s'éloigne de la grille, en correspondance avec l'augmentation d'échelle de la turbulence.

Des mesures ont été faites, dans la région d'interférence des sillages turbulents des barreaux.

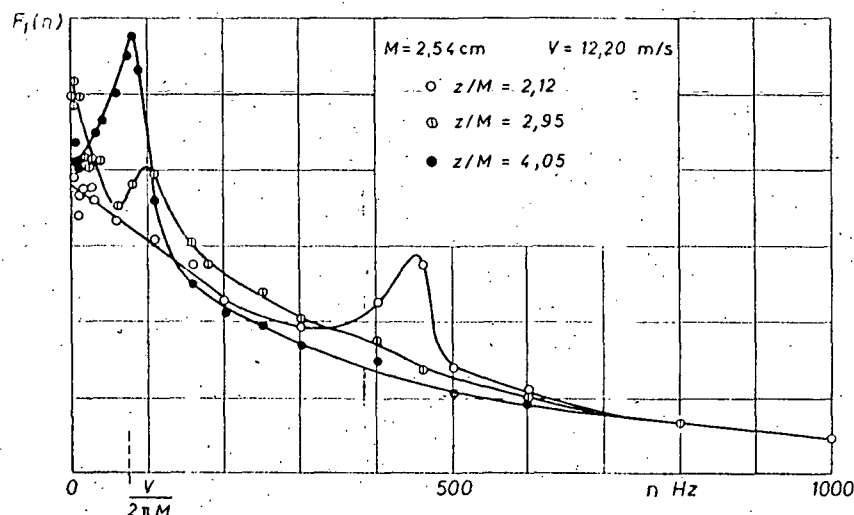


Fig. 18. — Spectres de turbulence près d'une grille en aval du centre d'une maille

La figure 18 donne les spectres mesurés en des positions situées sur l'axe d'une maille et à des distances  $\frac{z}{M}$  de 2,12, 2,95, 4,05 du plan de la grille.

Le spectre  $\frac{z}{M} = 2,12$  présente un maximum relatif à 465 Hz dû peut-être à la turbulence induite (cf. 3,4).



A la distance  $\frac{z}{M} = 2,95$  correspondant à la zone d'interférence des sillages turbulents issus des barreaux, comme le montre la *figure 19* donnant le rapport des intensités de turbulence sur l'axe de la maille et au droit d'un barreau en fonction de la distance à la grille, ce spectre présente un maximum relatif à 100 Hz. Le maximum vers 100 Hz est à peine perceptible. Enfin, à la distance  $\frac{z}{M} = 4,05$  le maximum aux basses fréquences est très accentué à la fréquence 80 Hz environ.

La fréquence  $N$  de 80 Hz environ, correspond à une échelle  $\frac{V}{2\pi M}$  des fluctuations turbulentes, voisine de la dimension de la maille ( $M = 2,54$  cm,  $V = 12,20$  m/s).

Ainsi les fluctuations périodiques synchronisent probablement les oscillations (1) (intermittence) des sillages issus des barreaux. Ces oscillations qui ont alors entre elles

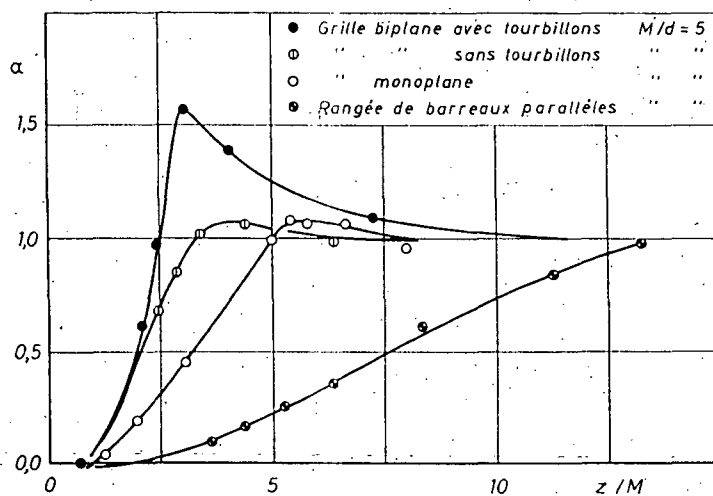


Fig. 19. — Rapport  $\alpha$  de  $\sqrt{v_t^2}$  mesuré sur l'axe d'une maille et en aval d'un barreau

une dépendance élevée (*fig. 16*) donneraient à leur interférence, un maximum d'énergie pour un nombre d'onde correspondant à leur périodicité spatiale, soit la dimension d'une maille [53].

Dans le cas de la grille à barreaux de section carrée un maximum relatif est aussi détecté près de la grille ( $\frac{z}{M} \sim 1$ ) à l'interférence des sillages des barreaux, sur l'axe d'une maille, la fréquence  $N$ , correspondant à ce maximum relatif, est également voisine de  $\frac{V}{2\pi M}$ .

Toutefois, le niveau très élevé d'énergie aux fréquences plus basses, dû aux instabilités engendrées par les angles des barreaux, estompent très rapidement ce maximum relatif en aval de la grille.

En aval de grilles constituées d'une seule rangée de barreaux, les spectres ne présentent aucun maximum décelé. Dans ce dernier cas le mouvement est bidimensionnel

(1) En fait elles doivent constituer l'intermittence.

et l'interférence des sillages ne se produit que progressivement, comme le montre la *figure 19* qui donne le rapport  $\alpha$  des intensités  $\sqrt{v_1^2}$  mesurées sur l'axe de la maille et en aval d'un barreau, en fonction de la distance  $\frac{z}{M}$ , pour les cas suivants :

a) grille biplane  $M = 2,54$  cm, barreaux section circulaire  $d = 0,5$  cm avec tourbillons périodiques;

a') grille biplane  $M = 2,54$  cm, barreaux section circulaire  $d = 0,5$  cm sans tourbillons périodiques;

b) grille monoplane  $M = 8,50$  cm,  $d = 1,5$  cm;

c) grille à une seule rangée de barreaux  $M = 3$  cm et  $d = 0,5$  cm.

On peut noter que, dans le cas *a* et dans la zone d'interférence les gradients de vitesse moyenne sont élevés (1), donc favorables à la production de turbulence; par contre dans le cas *c* ils sont très faibles ou nuls (mouvement bidimensionnel).

### 3,14 Fréquences moyennes et élevées.

Les valeurs spectrales  $\frac{F_1(\eta)}{F_1(\epsilon)}$  mesurées pour les distances  $\frac{z}{M} = 10, 40$  et 80 en aval de la grille de maille  $M = 2,54$  cm ont été portées en fonction des valeurs  $F_1(\epsilon)\eta$  en coordonnées logarithmiques sur la *figure 20*. La valeur  $F_1(\epsilon)$  est la valeur limite déterminée pour les fréquences très basses.

A titre indicatif la courbe représentative de la fonction  $\frac{F_1(\epsilon)}{1 + \frac{\pi^2}{4} F_1^2(\epsilon) n^2}$  a été tracée.

Pour préciser les différentes zones spectrales qui peuvent être distinguées, les valeurs, pour le cas  $\frac{z}{M} = 80$ , des nombres  $F_1(\epsilon)n_E$  et  $F_1(\epsilon)n_V$  déjà définis (3,12), ainsi que ceux classiques  $F_1(\epsilon)n_\lambda$ , lié à la longueur de dissipation et  $F_1(\epsilon)n_s$  lié au nombre d'onde (2)  $k_s$  utilisé dans la théorie de la turbulence sont données dans le tableau suivant :

$F_1(\epsilon)n_E$	$F_1(\epsilon)n_V$	$F_1(\epsilon)n_\lambda$	$F_1(\epsilon)n_s$
0,62	2,3	6,2	30

D'après ce qui a été vu (cf. 3,12)  $F_1(\epsilon)n_E$  est la limite de la bande des basses fréquences renfermant 50 % de l'énergie totale, et n'intervenant pratiquement pas dans la dissipation visqueuse.

La bande des fréquences moyennes s'étendant de  $n_E$  à  $n_V$ , renferme environ 50 % de l'énergie et contribue pour 50 % à la dissipation par viscosité. La fréquence  $n_\lambda$  correspond à la zone centrale de cette bande.

(1) Toutefois sur l'axe d'une maille par raison de symétrie pour les valeurs moyennes :

$$\frac{\partial}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_3} = 0 \quad V_2 = V_3 = 0$$

(2)  $n_s = \frac{V k_s}{2\pi}$  et  $k_s = \left(\frac{z}{v}\right)^{1/4}$  taux de décroissance de l'énergie turbulente. Dans le cas de l'iso-

$$\text{tropic } \epsilon = \frac{15 v v_1^3}{\lambda^3}$$

Aux fréquences élevées supérieures à  $n_s$ , l'énergie est négligeable, mais la dissipation visqueuse est d'environ 50 % de la valeur totale.

Enfin aux fréquences supérieures à  $n_s$ , si la viscosité joue un rôle relatif très grand, la valeur absolue de l'énergie dissipée devient à son tour négligeable. Ces fréquences n'interviennent plus que dans les moments d'ordre élevé supérieur à deux.

3.1.1. En ce qui concerne la forme générale de la fonction spectrale, elle est étudiée habituellement en échelles logarithmiques; aux fréquences moyennes, la pente trouvée est

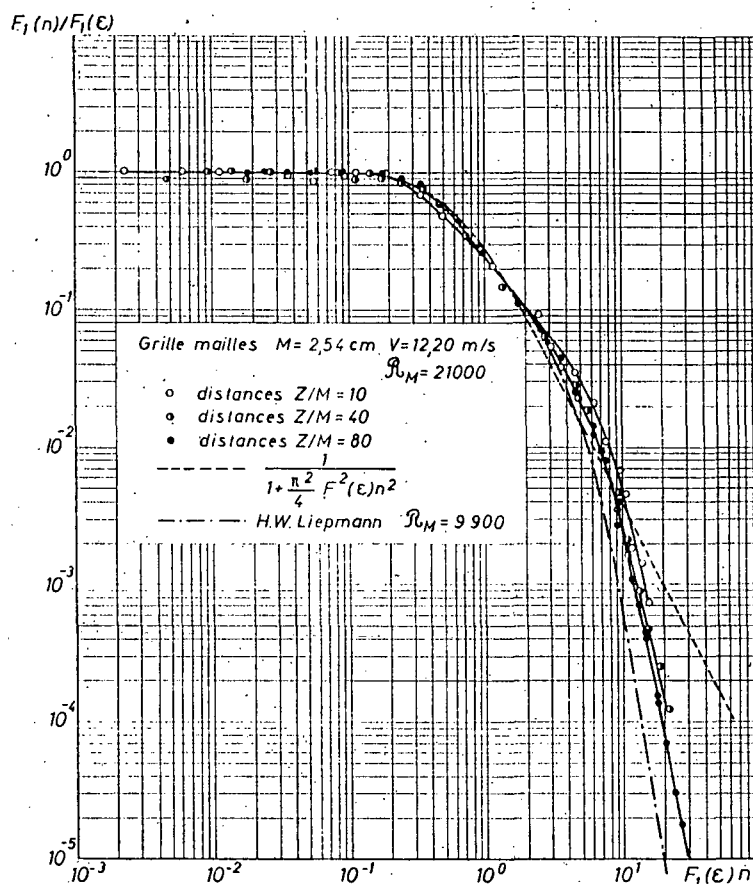


Fig. 20. — Spectres de turbulence

d'environ 1,3, nettement différente de la valeur  $\frac{5}{3}$  correspondant d'ailleurs aux grands nombres de Reynolds.

Aux fréquences élevées, l'hypothèse de la viscosité turbulente d'HEISENBERG pour expliciter le transfert d'énergie conduit à une variation spectrale selon  $n^{-7}$ ; toutefois, cette loi de variation peut être mise en doute même du point de vue théorique [68].

Le contrôle expérimental est incertain du fait qu'aux fréquences élevées l'énergie spectrale est très faible, devenant de l'ordre du bruit de fond des appareils de mesure, et du fait aussi de la longueur finie des fils chauds, qui crée un affaiblissement relatif augmentant avec la fréquence.

R. Bercuov [60], qui a obtenu pour un écoulement turbulent, à un nombre de Reynolds assez grand ( $Re_z = 250$ ) produit par une multitude de petits jets, une variation spectrale en  $n^{-2}$  très caractéristique, fait remarquer que la correction de longueur de fil chaud la ramène à  $n^{-6}$ .

Sur la figure 20, à la position  $\frac{z}{M} = 80$ , la variation trouvée est environ  $n^{-5,8}$ , mais l'influence de longueur du fil chaud devait être négligeable (1).

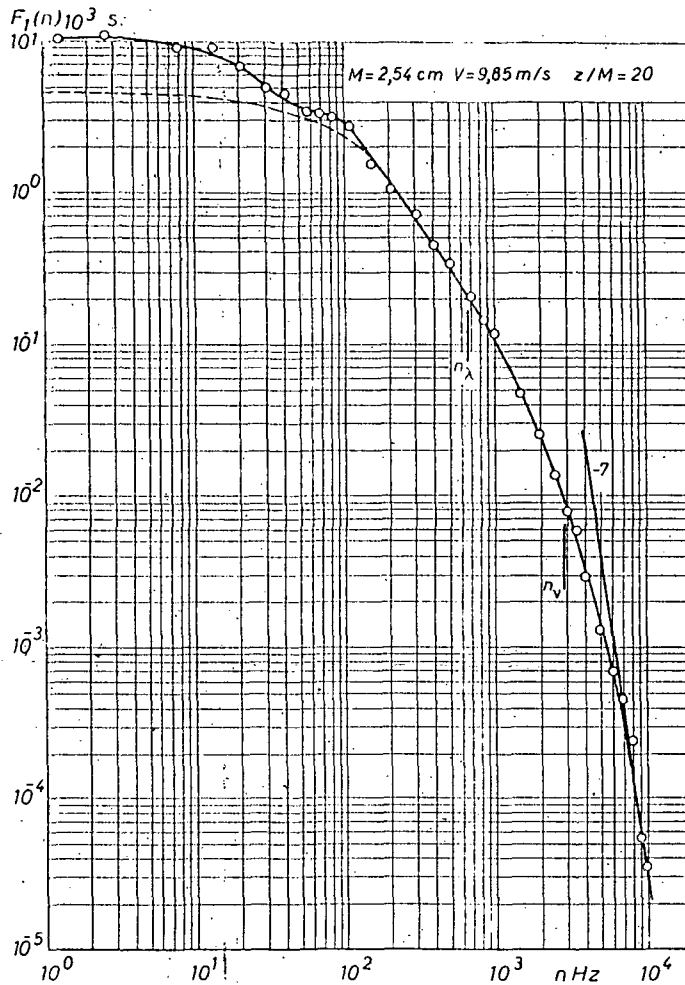


Fig. 21. - Spectre de turbulence derrière grille. Barreaux section carrée

A titre indicatif un spectre relevé par H. W. LIERMANN pour une grille de maille  $M = 1,27$  cm, une vitesse  $V = 11,3$  m/s, une distance  $\frac{z}{M} = 81$ , a été tracé aux fréquences élevées (aux fréquences plus basses il est très voisin du spectre  $\frac{z}{M} = 80$ ).

(1) Bercuov indique que la correction serait négligeable si  $Re_z \geq 1,8$  dans notre cas la partie active  $L = 0,1$  mm et à la fréquence la plus élevée de mesure  $Re_z \approx 1$ .

La décroissance trouvée est bien en  $n^{-7}$ , toutefois la longueur du fil chaud utilisé semble avoir été de 1 mm; cette mesure était effectuée, en outre, à un nombre de Reynolds faible ( $Re \sim 9\,900$ ).

La figure 21 donne un spectre relevé en aval de la grille de maille  $M = 2,54$  cm à barreaux de section carrée, à la distance  $\frac{z}{M} = 20$ , la vitesse générale était  $V = 9,85$  m/s.

Pour augmenter le rapport signal/bruit, quatre fils chauds ont été disposés, écartés d'environ une maille, distance pour laquelle aux fréquences considérées la corrélation est nulle; les quatre fils étaient connectés deux par deux en série sur les deux grilles de l'amplificateur symétrique.

Aux fréquences inférieures à 2 000 Hz un seul fil a été utilisé. Un préfiltre à trois cellules résistances-capacités, d'affaiblissement 3 dB, était disposé à l'entrée de l'analyseur. Le diamètre des fils était de 3  $\mu$ , la partie active de longueur  $l \sim 0,3$  mm et aucune correction de longueur n'a été appliquée ( $k_1 \leq 1,8$ ).

Les valeurs de  $n_\lambda$  et  $n_\nu$  sont respectivement de 680 Hz et 9 960 Hz; la pente semble atteindre effectivement la valeur  $-7$  pour les fréquences les plus élevées de mesure, mais on ne peut déterminer si la variation est linéaire ou non dans ce système de représentation.

Note. — Le tracé en tireté sur la figure 21 correspond à la répartition spectrale aux basses fréquences derrière une grille de même dimension mais à barreaux de section circulaire.

### 3,2 SPECTRE DE TURBULENCE DANS DES COUCHES LIMITES

Les mesures principales ont été effectuées dans la couche limite turbulente, sans gradient de pression, d'une plaque plane disposée dans la soufflerie S1 de l'Institut. Ce dispositif expérimental a été utilisé, en particulier, pour les mesures de corrélations spatio-temporelles; l'écoulement aérodynamique a été étudié en détail [32], [42], [54], [58], [62].

Le nombre de Reynolds d'épaisseur  $\delta$  de couche limite atteignait 29 000 et le nombre de Reynolds  $Re_\lambda$  était de 150 à une distance relative  $\frac{y}{\delta}$  de 0,03 de la paroi, pour la position la plus aval distante de  $z = 191$  cm du bord d'attaque.

Des mesures complémentaires ont été faites dans la couche limite turbulente d'une plaque plane disposée dans la soufflerie S2 de l'Institut. Cette maquette est utilisée habituellement pour les études de couche limite turbulente avec aspiration à la paroi [71].

Des spectres des fluctuations de vitesse ont d'ailleurs été relevés dans le cas de la couche limite turbulente avec aspiration. Le nombre de Reynolds  $Re_\delta$  était de 17 000.

Des mesures détaillées de spectres de turbulence ont été faites par P. S. KLEBANOFF au National Bureau of Standards, à un nombre de Reynolds  $Re_\delta$  d'environ 77 000 [28], [44], la couche limite ayant une épaisseur de 75 mm.

A. A. TOWNSEND (1) a publié en 1950 des mesures spectrales dans une couche limite turbulente, sans gradient de pression, dont le nombre de Reynolds d'épaisseur de déplacement variait de 3 630 à 5 080 ( $Re_\delta$  environ 25 000 à 35 000).

(1) Proc. Camb. Phil. Soc., vol. 47, January 51.

### 3,21 Caractères généraux.

L'évolution des spectres en fonction de la distance à la paroi est assez sensible dans la couche limite. A partir de la sous-couche visqueuse on peut distinguer deux zones : la zone interne, dépendant fortement des conditions locales, où la dissipation et la production d'énergie turbulente sont très élevées, elle s'étend jusqu'à une distance  $\frac{\eta}{\delta} \sim 0,02$ , dans notre cas et la zone centrale ou externe dépendant surtout des conditions en amont.

Dans la zone centrale, l'énergie des petits tourbillons (1) diminue dans de grandes proportions lorsqu'on s'éloigne de la paroi, par suite de la dissipation par viscosité. Par contre, l'énergie relative ou l'échelle moyenne des plus gros tourbillons change peu avec la distance à la paroi : la répartition spectrale des tourbillons qui renferment l'énergie est peu évolutive [74]. Aux fréquences moyennes la décroissance spectrale s'effectue selon la loi en  $k^{-5/3}$  de KOLMOGOROV, et au voisinage de la zone interne selon une loi en  $k^{-1}$ .

Dans la zone interne l'énergie relative des gros tourbillons et des petits tourbillons est plus faible que dans la zone centrale, l'énergie étant plus élevée pour les tourbillons intermédiaires (fréquences moyennes).

La loi en  $k^{-1}$  a été proposée par C. M. TCHEN [36]. Ses hypothèses sont basées sur celle de BOUSSINESQ, qui introduit un coefficient de viscosité apparente turbulente. Pour expliciter le coefficient de viscosité turbulent, C. M. TCHEN utilise l'expression due à HEINSENBERG.

C. M. TCHEN distingue deux cas, celui où le gradient de vitesse moyenne  $\frac{\partial V_1}{\partial X_3}$  est faible, et celui où il est fort. Dans le premier cas, l'équation dynamique de la turbulence homogène peut s'écrire (2) [68] :

$$(12) \quad \epsilon = 2\nu \int_0^\infty k'^2 E(k') dk' + \alpha'' \int_0^\infty \left( \frac{E(k')}{k'^3} \right)^{1/2} dk' \cdot \left( \frac{\partial V_1}{\partial X_3} \right)^2 + 2\alpha' \int_0^\infty \left( \frac{E(k')}{k'^3} \right)^{1/2} dk' \cdot \left[ \int_0^\infty k'^2 E(k') dk' \right]$$

$E(k)$  est la fonction spectrale correspondant à l'énergie moyenne totale des trois composantes sur la surface de la sphère de rayon  $k$ . La production totale de turbulence à partir du mouvement moyen est :

$$\epsilon = -\nu_1 \nu_3 \frac{\partial V_1}{\partial X_3}$$

Les termes  $\alpha \int_0^\infty \left( \frac{E(k')}{k'^3} \right)^{1/2} dk'$  sont les coefficients de viscosité cinématique apparente turbulente d'HEINSENBERG.

(1) La correspondance au moins qualitative entre dimensions des tourbillons et fréquences est admise ici dans la couche limite.

(2) Mouvement moyen  $V_2 = V_3 = 0$ ,  $\frac{\partial V_1}{\partial X_1} = \frac{\partial V_1}{\partial X_2} = 0$ ,  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ .

Le  
à  $k$ .

Le  
ou encore  
est, d'apr  
rotationn

Le  
tourbillon

La  
 $K^{-5/3}$  po

Da  
de la turl

C.  
la produ

$(\omega^2)^{1/2}$  ét

L'

(13)

U

(14)

C  
selon la  
turbulen

L  
l'énergie  
distribu

3,211 I  
centrale  
souffleri  
limite  $\delta$   
transiti  
de la sc

geable.

Les val

Le terme (I) est la dissipation par viscosité des tourbillons de nombre d'ondes 0 à  $k$ .

Le terme (II) est la production d'énergie turbulente dans l'intervalle  $k$  à  $\infty$ , ou encore la dissipation d'énergie du mouvement moyen par la turbulence. Ce terme est, d'après une hypothèse semblable à celle de BOUSSINESQ, égal à  $\nu_t \Omega^2$ ,  $\Omega$  étant le rotationnel du mouvement moyen,  $\nu_t$  un coefficient de viscosité cinématique turbulent.

Le terme (III) est l'expression d'HEINSENBERG pour le transfert de l'énergie des tourbillons de nombre d'onde 0 à  $k$  à ceux de nombre d'onde plus élevé.

La solution de cette équation donne les variations classiques de  $E(k)$  suivant  $K^{-5/3}$  pour les nombres d'onde intermédiaires, et  $K^{-7}$  pour les nombres d'ondes élevés.

Dans le deuxième cas le gradient de vitesse moyenne est élevé et l'interaction de la turbulence et du mouvement moyen est forte; le terme (II) devient prépondérant.

C. M. TCHEN fait alors l'hypothèse qu'il faut considérer, pour exprimer la production de turbulence, au lieu du carré du rotationnel  $\Omega^2$  le produit  $\Omega (\overline{\omega^2})^{1/2}$ ,  $(\overline{\omega^2})^{1/2}$  étant l'écart type du vecteur rotationnel turbulent égal à [40]:

$$\left[ 2 \int_0^k E(k') k'^2 dk' \right]^{1/2}$$

L'expression (12) devient :

$$(13) \quad \varepsilon \sim \alpha'' \int_k^\infty \left( \frac{E(k')}{k'^3} \right)^{1/2} dk' \cdot \frac{\partial V_1}{\partial X_3} \cdot \left[ 2 \int_0^k k'^2 E(k') dk' \right]^{1/2}$$

Une solution de cette équation est :

$$(14) \quad E(k) = \frac{\varepsilon k^{-1}}{\alpha'' \frac{\partial V_1}{\partial X_3}}$$

Cette variation selon  $k^{-1}$  semble valable pour l'énergie relative à la composante selon la vitesse générale  $E_1(k_1)$ , qui est la seule à recevoir de l'énergie dégradée par la turbulence à partir du mouvement moyen, supposé bidimensionnel et stationnaire.

La pression ne figure pas dans l'expression (12) étant donné qu'on a considéré l'énergie totale des trois composantes  $E(k)$ , et que la pression n'intervient que pour distribuer l'énergie entre les trois composantes.

3,211 La figure 22 présente, en coordonnées log-log, les spectres obtenus dans la zone centrale et externe de la couche limite turbulente de la plaque plane disposée dans la soufflerie S1. La distance au bord d'attaque est  $z = 194$  cm, l'épaisseur de la couche limite  $\delta = 34$  mm (à  $V = 0,99$ ) la vitesse hors de la couche limite est de 12,20 m/s. La transition est obtenue par des rugosités disposées au bord d'attaque, la préc turbulence de la soufflerie S1 étant d'environ 0,0004. Le gradient statique longitudinal est négligeable. Les spectres sont relevés aux distances à la paroi  $\frac{y}{\delta} = 0,03, 0,24, 0,71, 1,06$ .

Les valeurs non dimensionnelles portées en ordonnées sont  $\frac{F_1(n)}{F_1(\varepsilon)}$  et en abscisses  $n F_1(\varepsilon)$ ;

les valeurs respectives de la longueur de corrélation  $l_1$  rapportées à l'épaisseur  $\delta$  sont 0,58, 0,61, 0,55, 0,46; elles sont peu évolutives sauf pour la position  $\frac{y}{\delta} = 1,06$  située dans la zone externe, du fait probablement de l'intermittence.

En ce qui concerne les tourbillons intermédiaires pour la distance à la paroi  $\frac{y}{\delta} = 0,03$ , la décroissance moyenne en  $k^{-1}$  est assez bien vérifiée pour les valeurs de

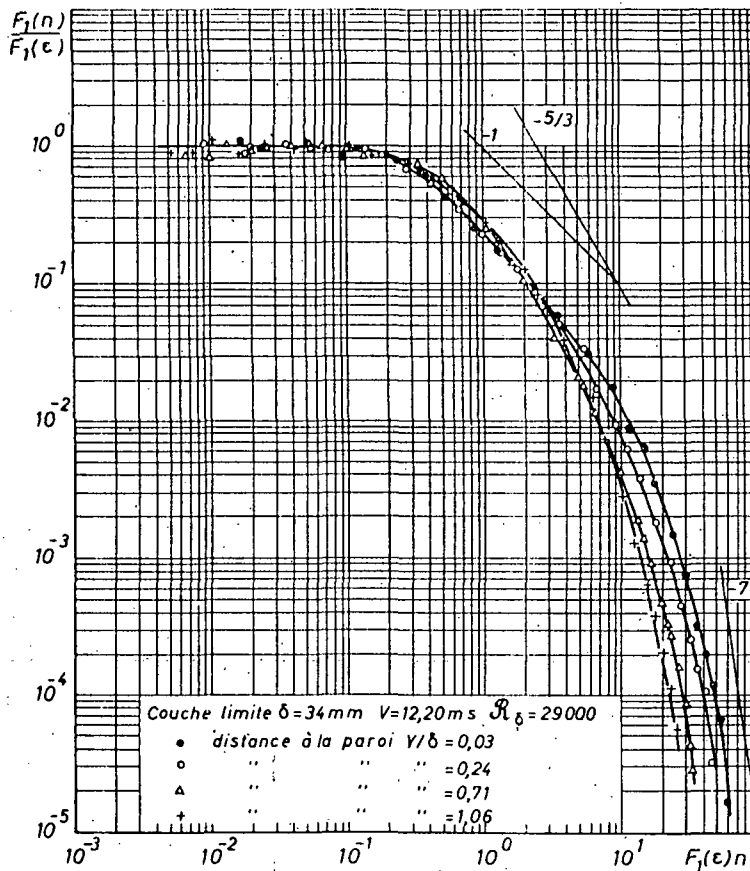


Fig. 22. — Spectres de turbulence

$nF_1(\epsilon)$  s'étendant de 0,5 à 6; elle l'est encore pour la distance  $\frac{y}{\delta} = 0,24$ , et les valeurs de  $nF_1(\epsilon)$  de 0,5 à 3.

Dans la partie externe aux nombres de Reynolds considérés pour les distances  $\frac{y}{\delta} = 0,71$  et 1,06, la pente de la courbe spectrale augmente en valeur absolue assez régulièrement avec la fréquence, et il n'apparaît pas de région étendue où la décroissance s'effectue selon  $n^{-5/3}$ . Il en serait de même pour des distances  $\frac{y}{\delta}$  voisines de 0,5. La représentation de DRYDEN jusqu'aux fréquences voisines de  $2n_e$  est d'ailleurs encore valable comme dans le cas des grilles à faible nombre de Reynolds. Quant aux petits tourbillons, leur énergie relative décroît lorsqu'on s'éloigne de la paroi.



Des mesures de fréquences équivalentes <sup>(1)</sup>  $N$  [42] ont montré que leurs valeurs variaient peu dans la zone centrale et externe de la couche limite. La longueur de dissipation  $\lambda_1 = \frac{V_1}{2\pi N}$  augmente donc avec la distance à la paroi, ce qui indique bien une augmentation d'échelle, ou une diminution de l'énergie relative des plus petits tourbillons.

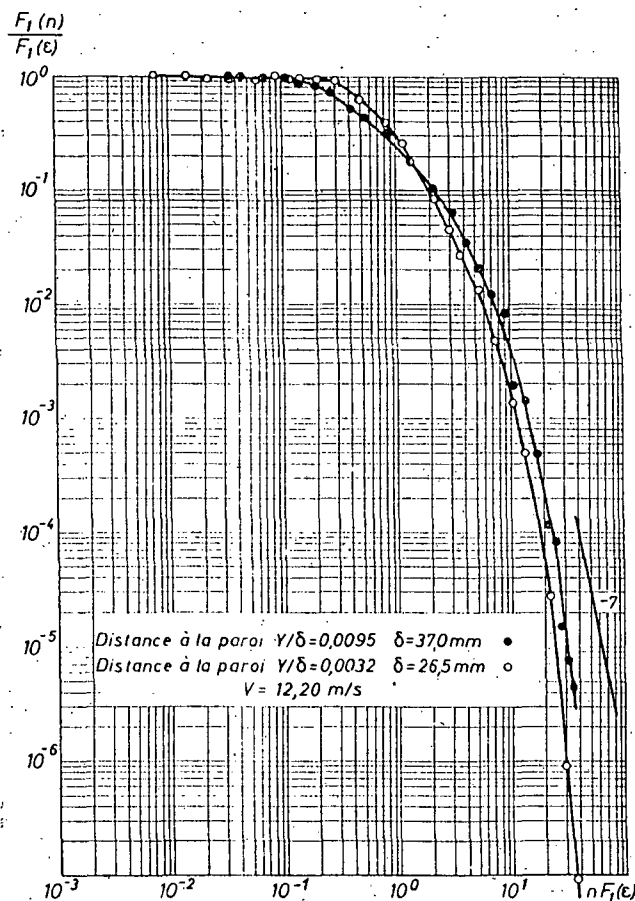


Fig. 23. Spectres de turbulence

Tous les spectres semblent tendre pour les valeurs les plus élevées des nombres d'ondes vers la pente  $-7$ . Ainsi, sans doute à cause du nombre de Reynolds trop faible, seule la loi de variation en  $k^{-5/3}$  n'apparaît pas, comme par exemple dans les mesures de P. S. KLEBANOFF.

La figure 23 présente, avec les mêmes échelles que précédemment, un spectre relevé dans la zone interne à la distance  $\frac{y}{\delta} \sim 0,0095$ , et un spectre mesuré dans la sous-couche visqueuse à la distance relative  $\frac{y}{\delta} \sim 0,003$ . Dans ce deuxième cas, il s'agissait

(1)  $N^2 = \int_0^\infty n^2 F(n) dn$  par définition.

d'une mesure effectuée dans la couche limite turbulente obtenue sur la maquette disposée dans la soufflerie S2 (cf. 3,231), la distance à la paroi correspond à une valeur de  $y^+ = \frac{y u_*}{\nu}$  de 2,5 ( $u_*$  vitesse de frottement égale à 43 cm/s) au lieu de 11,5 pour le premier cas ( $u_* \sim 47,3$  cm/s).

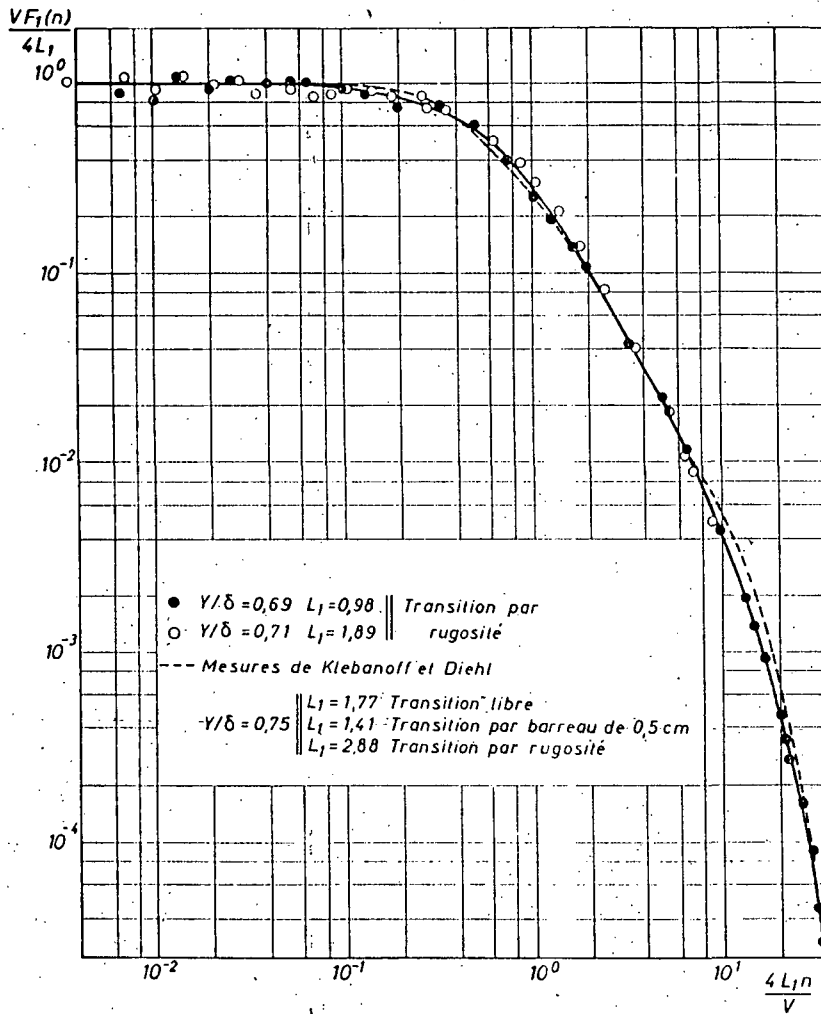


Fig. 21. — Comparaison de spectres dans diverses couches limites turbulentes

Par rapport à la zone centrale, on constate :

- une diminution de l'énergie relative des gros tourbillons (1), les longueurs relatives  $L_1/\delta$  étant de 0,19 et 0,071 pour  $y^+$  égal à 11,5 et 2,5 respectivement;
- une diminution de l'énergie relative des petits tourbillons; elle est évidemment très importante dans la sous-couche visqueuse pour  $y^+ = 2,5$ , la pente de la couche

(1) Pour autant que l'hypothèse de Taylor soit valable si près de la paroi.

spectrale atteint -10 pour les fréquences plus élevées considérées (sans correction de longueur de fil chaud);

— une augmentation d'énergie relative pour les tourbillons de dimensions intermédiaires. A la position  $\frac{y}{\delta} \sim 0,0095$  la variation spectrale est encore proche de la loi en  $n^{-1}$ .

3,212 Dans une couche limite turbulente pleinement développée les spectres rapportés à des paramètres sans dimension restent semblables en première approximation, au long du mouvement moyen.

La *figure 24* présente les spectres relevés pour  $\frac{y}{\delta} = 0,69$  à la position  $z = 79$  cm. et  $\frac{y}{\delta} = 0,71$  à  $z = 194$  cm.

Les mesures de KLEBANOFF et DIEHL ont été également portées à titre de comparaison. Elles sont données pour  $\frac{y}{\delta} = 0,57$ , cette différence de distance n'introduit pas de modification très notable par rapport à  $\frac{y}{\delta} \sim 0,70$ .

Dans le cas d'une même couche limite la similitude est bonne.

Pour des couches limites différentes, en particulier avec différents modes de transition, l'allure d'ensemble reste la même, mais des divergences locales apparaissent qui peuvent être importantes en valeur relative.

### 3,22 Spectres aux basses fréquences.

Comme dans le cas de l'écoulement en aval d'une grille, les gros tourbillons sont plus sensibles que les petits tourbillons aux conditions en amont, du fait de leur longue hérédité au long du mouvement moyen.

Ceci est illustré en comparant les spectres mesurés dans les cas suivants :

Sur la *figure 25* ont été comparées les valeurs spectrales sans dimensions  $F_1(k_1) \delta^{-1}$  en fonction des nombres  $k_1 \delta$  pour les spectres mesurés dans la zone centrale de deux couches limites de la même plaque plane; la transition a été déclenchée, soit par rugosités disposées au bord d'attaque ( $\delta = 34$  mm,  $y = 8$  mm,  $z = 194$  cm), soit par la pré-turbulence créée par la grille de maille de 1 pouce à barreaux de section circulaire ( $\delta = 16,3$  mm,  $y = 8$  mm,  $z = 74$  cm) ou encore par la grille de maille de 1 pouce à barreaux de section carrée ( $\delta = 17$  mm,  $y = 12$  mm,  $z = 74$  cm). Les distances relatives  $\frac{y}{\delta}$  quelque peu différentes, n'entraînent pas de modification notable des spectres aux basses fréquences (cf. §§ 3,21 et 3,211).

L'énergie relative aux basses fréquences est plus forte dans le cas de la transition déclenchée par pré-turbulence, les plus grandes valeurs étant atteintes avec la grille à barreaux de section carrée.

Dans le cas de la transition par pré-turbulence l'intensité relative de turbulence hors de la couche limite est de 0,015 et de 0,02 respectivement pour les deux grilles considérées, à la position  $z = 74$  cm.

L'intensité relative de turbulence dans la couche limite est de 0,075 pour  $y = 8$  mm avec la première grille, et environ 0,05 pour  $y = 12$  mm avec la deuxième grille.

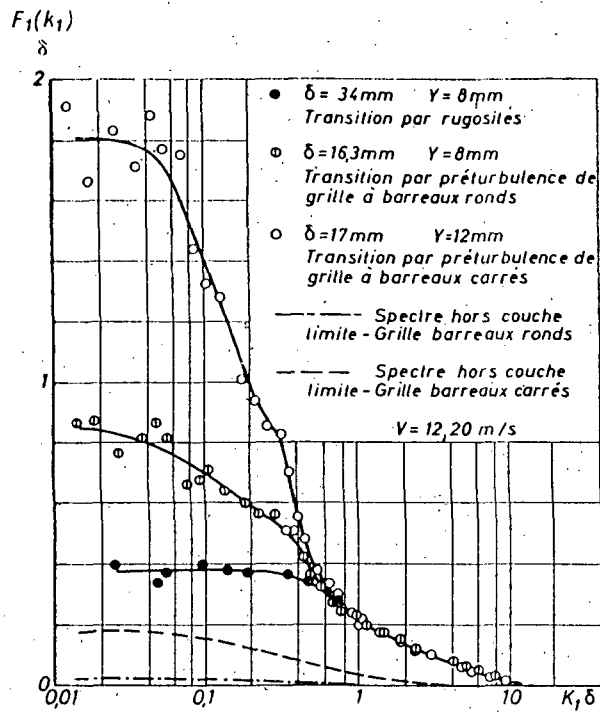


Fig. 25. — Comparaison de spectres dans des couches limites turbulentes aux basses fréquences

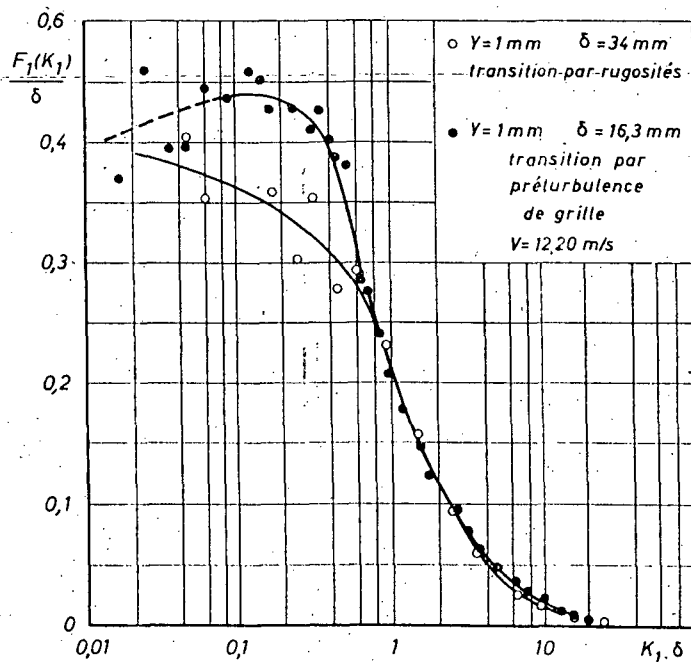


Fig. 26. — Comparaison de spectres dans des couches limites turbulentes aux basses fréquences

Les  
correspon  
leurs valeu  
fréquences  
de la pré  
qui est de

Si l'  
l'énergie de  
valeur à l'e  
D'ap  
d'attaque (l  
plus faible  
limite pour

L'é  
pré-turbul  
limite, lié à

Not  
d'attaque  
sur toute l

Sur  
les spectres  
obtenue par

La  
le cas prés

Les  
davantage.

3.23 Spec

Les  
d'un fil en  
Z = 194 cm

L'é  
Sur la figu  
les valeurs

Les  
d'après la

(15)

L'é  
que l'énerg  
toutefois a

Les spectres hors de la couche limite, compte tenu des énergies relatives correspondantes des fluctuations turbulentes ont d'ailleurs été portés sur la *figure 25*; leurs valeurs beaucoup plus faibles montrent que l'augmentation d'énergie aux basses fréquences dans la couche limite avec pré turbulence de grille ne provient pas directement de la pré turbulence extérieure à la couche limite, par suite de l'intermittence, par exemple, qui est de 0,85 à la position  $y = 12$  mm.

Si l'on considère la situation en amont, la valeur de  $\frac{L_1 v_1^2}{V^2}$  caractéristique de l'énergie des plus gros tourbillons dans la couche limite peut être comparée à cette même valeur à l'extérieur.

D'après les formules (1) et (7) la valeur de  $\frac{L_1 v_1^2}{V^2}$  de la pré turbulence au bord d'attaque (barreaux de section circulaire) est de  $2,7 \cdot 10^{-3}$  cm, valeur encore nettement plus faible que celle de  $10,0 \cdot 10^{-3}$  cm mesurée à la position  $z = 71$  cm dans la couche limite pour  $y = 8$  mm.

L'énergie aux basses fréquences ne provient donc pas directement de la pré turbulence par un processus simple, il existe probablement un effet sur la couche limite, lié à l'influence de la pré turbulence au voisinage de la transition.

Notons que dans le cas de cette plaque plane constituée par une glace au bord d'attaque profilé, sans la pré turbulence de la grille, la couche limite reste laminaire sur toute la longueur de la plaque.

Sur la *figure 26* les valeurs  $F_1(k_1) \delta^{-1}$  ont été portées en fonction de  $K_1 \delta$  pour les spectres mesurés, dans les mêmes conditions que précédemment, avec la transition obtenue par rugosité et par pré turbulence aux distances  $\frac{y}{\delta} = 0,03$  et  $0,06$ , respectivement.

La différence aux basses fréquences est beaucoup moins importante que dans le cas présenté sur la *figure 25*.

Les spectres relatifs à des positions plus proches de la paroi dépendent évidemment davantage des conditions intrinsèques locales de la couche limite.

### 3,23 Spectres des fluctuations normales à la paroi et des fluctuations latérales.

Les spectres des fluctuations normales à la paroi  $F_3(n)$  ont été mesurés au moyen d'un fil en X [49], [63] dans la couche limite, avec transition par rugosité, à la position  $Z = 191$  cm et pour les distances relatives à la paroi  $\frac{y}{\delta} = 0,13$  et  $\frac{y}{\delta} = 0,69$ .

L'épaisseur  $\delta$  de couche limite était de 37 mm; la vitesse générale  $V$  de 12,20 m/s. Sur la *figure 27* ont été comparées en échelle logarithmique les valeurs  $v_3^2 F_3(k_1)$  avec les valeurs  $v_1^2 F_{3iso}(k_1)$  obtenues pour les positions correspondantes.

Les valeurs de  $F_{3iso}(k_1)$  sont calculées à partir des spectres  $F_1(k_1)$  mesurés d'après la relation d'isotropie, déjà utilisée :

$$(15) \quad F_{3iso}(k_1) = \frac{1}{2} \left[ F_1(k_1) - k_1 \frac{\partial F_1(k_1)}{\partial k_1} \right]$$

L'énergie mesurée aux faibles nombres d'onde est huit à dix fois plus faible que l'énergie calculée qui lui correspondrait, si la turbulence était homogène et isotrope; toutefois aux nombres d'ondes les plus élevés une tendance à l'isotropie se manifeste.

En ce qui concerne l'échelle des fluctuations aux basses fréquences, elle varie très peu pour les positions considérées, la longueur de corrélation orthogonale à la paroi  $L_3$  est de 0,31 cm pour  $\frac{y}{\delta} = 0,13$  et de 0,35 cm pour  $\frac{y}{\delta} = 0,69$ , la relation d'isotropie donnerait dans les mêmes conditions 0,94 cm et 0,97 cm.

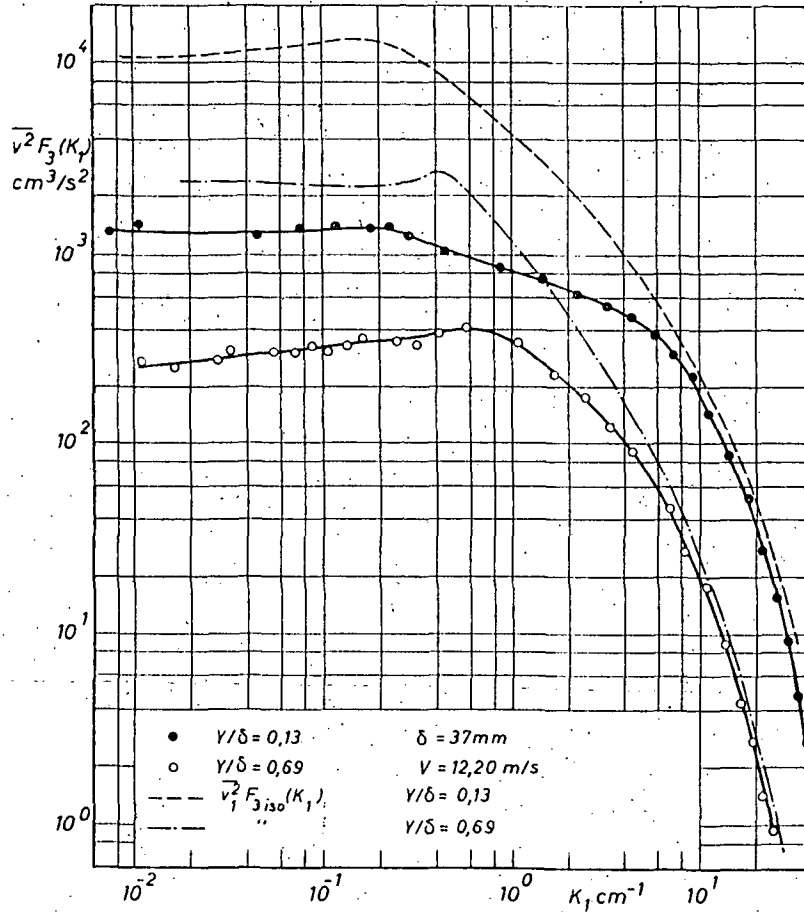


Fig. 27. — Spectres des fluctuations orthogonales à la paroi  $\overline{v^2 F_3}(K_1)$   
Couche limite turbulente

Les gros tourbillons auraient donc statistiquement un allongement, dans le sens de la vitesse générale, voisin de 3 dans la zone centrale de la couche limite, pour les nombres de Reynolds considérés.

3,23] Des mesures ont été également effectuées dans la couche limite de la plaque plane disposée dans la soufflerie S2 (cf. § 3,3).

La distance au bord d'attaque étant de 140 cm, la vitesse générale  $V = 11 \text{ m/s}$ , l'épaisseur de la couche limite  $\delta = 26,5 \text{ mm}$  et le coefficient de frottement local  $C_f \sim 32 \cdot 10^{-4}$ .

Les spectres mesurés à la distance  $\frac{y}{\delta} = 0,057$  de la paroi pour les trois composantes de la vitesse :  $F_1(k_1)$ ,  $F_2(k_1)$  et  $F_3(k_1)$  sont comparés sur la figure 28.

Ces résultats complètent ceux du paragraphe 3,23, et de plus la comparaison des spectres des fluctuations orthogonales  $F_3(K_1)$  et latérales  $F_2(K_1)$  montre une

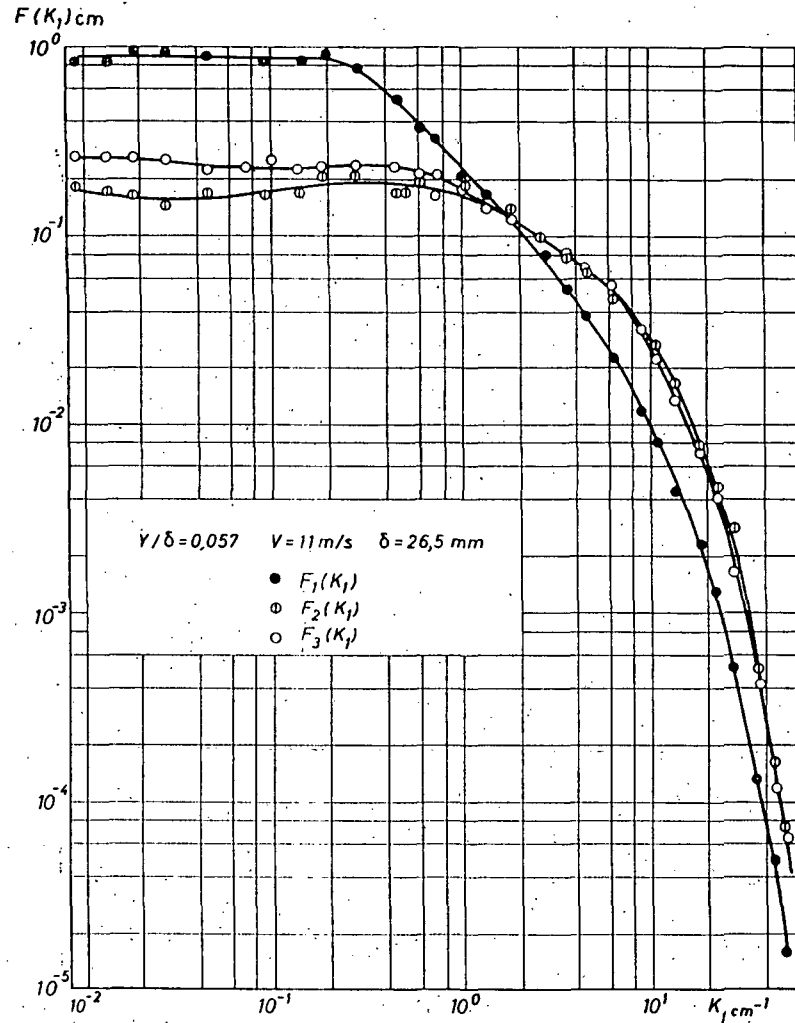


Fig. 28. --- Spectres des trois composantes des fluctuations de vitesse  
Couche limite turbulente

différence d'énergie relative aux faibles nombres d'ondes, et une assez bonne concordance ailleurs.

Dans le cas de ces expériences (1) l'énergie relative aux basses fréquences est plus faible pour la composante latérale que pour la composante orthogonale à la paroi. Ce

(1) Du fait des perturbations de la couche limite en envergure [75], le coefficient de corrélation  $r_{22}(0, 0, 0)$  n'est pas nul :

$$r_{22}(0, 0, 0) \sim 0,10 \text{ à cette position.}$$

résultat est en accord avec le fait que le coefficient de corrélation dans l'espace  $r_{1,1}(0, r_2, 0)$ , latéralement, se maintient en moyenne moins loin que le coefficient de corrélation  $r_{1,1}(0, 0, r_3)$  orthogonalement à la paroi.

### 3,24 Répartition spectrale du coefficient de corrélation $r_{13}$ .

Avec les mêmes conditions expérimentales que précédemment le spectre du coefficient de corrélation :

$$(r_{1,3})_{K_1} = \left[ \frac{v_1 v_3}{(v_1^2 v_3^2)^{1/2}} \right]_{K_1}$$

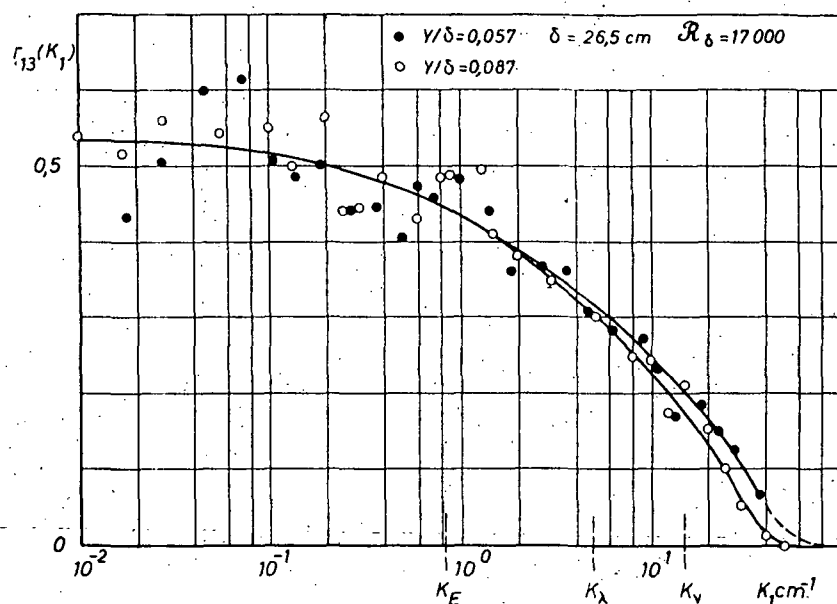


Fig. 29. — Répartition spectrale du coefficient de corrélation  $r_{13}(k_1)$   
Couche limite turbulente

a été déterminé à la position  $\frac{y}{\delta} \sim 0,057$ , et pour des conditions légèrement différentes à une distance  $\frac{y}{\delta} \sim 0,087$ .

P. S. KLEBANOFF donne les résultats de mesures analogues sous la forme de spectres des tensions  $v_1 v_3$ , soit :

$$F_{1,3}(k_1) = (r_{13})_{K_1} \sqrt{F_1 F_3}$$

La figure 29 présente, avec une échelle logarithmique pour les nombres d'ondes, les résultats des deux mesures. La valeur mesurée directement (1) de  $r_{13}$  est de  $\sim 0,40$ , la valeur trouvée à partir de la mesure spectrale, soit :

$$r_{13} = \frac{\int_0^\infty (r_{13})_{K_1} \sqrt{F_1(k_1) F_3(k_1)} dk_1}{\int_0^\infty F_1(k_1) F_3(k_1) dk_1}$$

(1) A partir des mesures de tension de Reynolds  $v_1 v_3$  et des énergies  $v_1^2, v_3^2$ .



est de 0,375. Aux deux positions considérées, la différence entre les deux courbes pour  $k_1 > 10$  ne peut être tenue comme très significative, étant donnée la précision assez faible des mesures, bien qu'elle semble être dans un sens logique.

Les courbes montrent que le coefficient de corrélation ne tend que progressivement vers zéro à des fréquences élevées, pour lesquelles l'énergie spectrale est alors pratiquement nulle.

Pour la position  $\frac{y}{\delta} \sim 0,057$  les valeurs relatives à  $F_1(n)$  de  $k_{1u}$ ,  $k_{1v}$  et  $k_{1w}$  ont été portées sur l'axe des abscisses.

Il n'existe pas, à ces nombres de Reynolds, une région spectrale d'énergie notable qui soit isotrope.

En ce qui concerne les fluctuations de nombres d'ondes inférieurs à  $k_{1u}$  on peut considérer, en première approximation que le coefficient de corrélation est constant.

### 3.3 SPECTRES DE TURBULENCE DANS UNE COUCHE LIMITE AVEC ASPIRATION A LA PAROI

Dans la soufflerie S2 une maquette plane permet l'étude de la couche limite turbulente avec aspiration à la paroi; la paroi poreuse aspirante est précédée d'une plaque étanche de longueur 1 m, la transition se produisant dès le bord d'attaque dessiné à cet effet, la couche limite à l'entrée de la zone aspirante est à peu près pleinement développée.

Dans ces conditions, les spectres des fluctuations longitudinales obtenus, sans aspiration et avec aspiration au taux <sup>(1)</sup>  $A = 0,0185$ , ont été comparés, pour une distance  $Z = 210$  mm au début de l'aspiration et à une distance  $y = 1$  mm de la paroi. L'épaisseur de couche limite sans aspiration est  $\delta = 25,6$  mm, la vitesse générale est  $V = 7,90$  m/s. Pour ce taux élevé de 0,0185 l'aspiration a un effet considérable sur la couche limite, le coefficient de frottement local  $C_f$  passant notamment de la valeur  $30 \cdot 10^{-4}$  à environ  $330 \cdot 10^{-4}$ .

Comme le montre la *figure 30*, les spectres, par contre, ne sont pas très différents; l'échelle des gros tourbillons reste à peu près inchangée. Ceci confirme le fait que, dans la zone centrale, les gros tourbillons dépendent très peu des conditions locales mais surtout des conditions en amont, qui dans ce cas deviennent pratiquement identiques pour les distances amont  $\frac{Z}{\delta} \sim 8,5$ .

Pour essayer de voir l'effet local de l'aspiration, les mesures ont été faites à une distance <sup>(2)</sup>  $y = 0,085$  mm pour les conditions  $Z = 400$  mm,  $V = 11$  m/s et les taux d'aspiration  $A$  nul et 0,0135.

La vitesse locale moyenne était de 1,05 m/s pour  $A = 0$  et de 3,36 m/s pour  $A = 0,0135$  et les coefficients  $C_f$  de  $31 \cdot 10^{-4}$  et de  $230 \cdot 10^{-4}$  (valeur due presque

(1) Rapport de la vitesse d'aspiration normale à la paroi à la vitesse hors de la couche limite.

(2) Soit  $y^+ = \frac{u_* y}{\nu} = 2,5$   $u_*$  vitesse de frottement pour  $A = 0$ .

entièrement à la quantité de mouvement déviée par l'aspiration) respectivement; la figure 30 représente la comparaison des spectres  $F_1(k_1)$  en fonction des nombres d'ondes  $k_1$ .

Aux nombres d'ondes assez élevés supérieurs à 3, l'échelle spectrale avec aspiration est plus fine que sans aspiration, comme dans le cas de la distance  $y = 1$  mm, mais

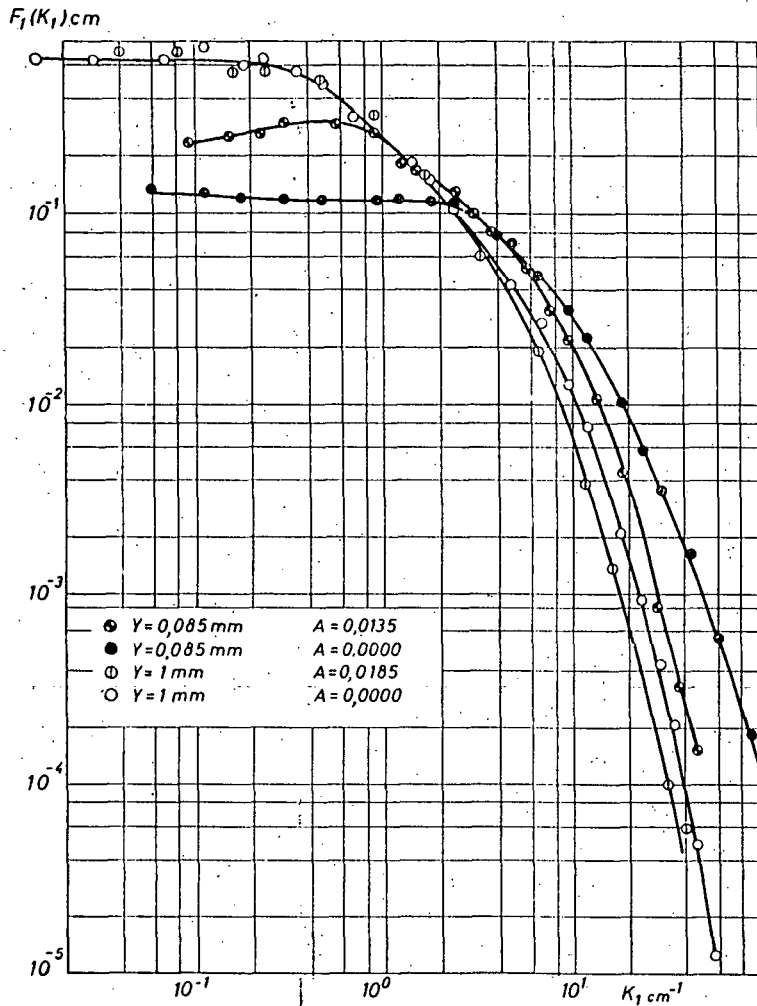


Fig. 30. --- Couche limite turbulente avec aspiration à la paroi.

d'une façon beaucoup plus marquée. Cet effet est probablement dû à la chute de production de turbulence du fait de l'aspiration, alors que la dissipation relative est augmentée [71].

Aux faibles nombres d'ondes, la différence est dans ce cas importante; les valeurs de  $F_1(k_1)$  étant nettement plus élevées avec aspiration que sans aspiration; dans la mesure où l'hypothèse de TAYLOR est valable aussi près de la paroi [74], on peut penser que les gros tourbillons de la zone centrale de la couche limite ont une influence relative

plus grande  
est très faible

Certains  
d'intermittence  
 $k_1 \sim 0,45$   
la couche limite  
locale d'écoulement

3,4

A la  
du fluide

L'influence  
et par S. G.

Lequel en

(16)

D'où  
de  $\gamma$  en fonction  
faisant intervenir

(17)

La  
L'

A  
plané de

L  
L

de la m

plus grande dans le cas de l'aspiration, du fait que la production locale de turbulence est très faible [71], et qu'ils sont peu sensibles à la dissipation par viscosité.

Certains auteurs envisagent dans la « sous-couche visqueuse » un phénomène d'intermittence. Dans le cas de l'aspiration le maximum relatif assez net existant pour  $k_1 \sim 0,45 \text{ cm}^{-1}$ , soit une longueur correspondante de 2,2 cm voisine de l'épaisseur de la couche limite, pourrait être attribuée à un tel phénomène d'intermittence, la production locale d'énergie étant très diminuée par l'aspiration (taux élevé).

3,4

### TURBULENCE INDUITE

A la frontière de la couche limite un front irrégulier sépare la partie turbulente du fluide de la partie non turbulente.

L'intermittence de l'état turbulent a été étudiée notamment par A. A. TOWNSEND et par S. CORRSIN et A. L. KISTLER [45].

Le facteur d'intermittence  $\gamma$  est défini par la moyenne du temps relatif durant lequel en une position donnée le fluide est turbulent :

$$(16) \quad \gamma = \frac{T_{\text{turb}}}{T}$$

D'après les mesures de S. CORRSIN [45] et de P. S. KLEBANOFF [44] la valeur de  $\gamma$  en fonction de la distance  $\frac{y}{\delta_l}$  (1) peut être représentée par l'expression suivante faisant intervenir la fonction erreur :

$$(17) \quad \gamma = \frac{1}{2}(1 - \operatorname{erf} \chi) \quad \text{avec} \quad \chi = \frac{(y - y')}{\sqrt{2} \sigma}$$

La distance  $y'$  correspondant à l'intermittence  $\gamma = 0,50$  est de  $0,78 \delta_l$  à  $0,80 \delta_l$ .

L'écart type  $\sigma$  des fluctuations d'épaisseur vaut :

$$\sigma = 0,14 \delta_l$$

A titre d'exemple les valeurs de  $\gamma$  relevées dans la couche limite sur la plaque plane disposée dans la soufflerie S2 sont données sur la figure 31.

La fonction  $\frac{1}{2}(1 - \operatorname{erf} \chi)$  est représentée en traits tiretés.

Le facteur d'intermittence  $\gamma$  a été déterminé, par la méthode classique, à partir de la mesure du facteur d'aplatissement  $R = \frac{v^4}{(v^2)^2}$  par la relation  $\gamma = \frac{3}{R}$ , basée sur les

(1)  $\delta_l$  épaisseur de couche limite à  $V_l \rightarrow V_{\text{max}}$ .

hypothèses d'une turbulence distribuée normalement, et d'un phénomène par tout ou par rien.

En fait, dans la zone non intermittente, les valeurs de  $F$  semblent plus voisines de 2,8 que de 3, valeurs correspondant à un phénomène gaussien, il s'ensuit que les valeurs de  $\gamma$  dépassent paradoxalement l'unité.

La loi de distribution de probabilité des temps turbulents et non turbulents a été également étudiée par CORRIS et KISTLER, le spectre des changements (1) est de la forme :

$$1 + \alpha n^2$$

Toutefois, il ne semble pas que la distribution des changements soit vraiment donnée par la loi de POISSON.

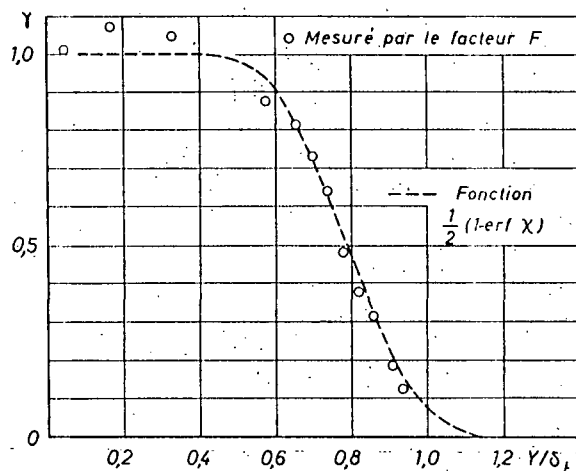


Fig. 31. — Facteur d'intermittence

La longueur d'onde moyenne du front turbulent comptée à  $\frac{y}{\delta_t} \sim 0,5$  serait d'environ  $2 \delta_t$ .

A l'extérieur de la couche limite, entre les bouffées turbulentes, il existe néanmoins des fluctuations de vitesse qui sont induites par les fluctuations turbulentes de la couche limite. Ces fluctuations induites sont décelables jusqu'à environ deux fois l'épaisseur  $\delta_t$  dans les souffleries à très faibles niveaux de pré-turbulence.

O. M. PHILLIPS [18] a calculé le champ de vitesses induites par des fluctuations turbulentes dans un fluide incompressible. Ses hypothèses sont basées sur les observations de TOWNSEND admettant que le champ de vitesse aléatoire induit est irrotationnel; il considère que l'effet de la couche limite turbulente peut être schématisé par une distribution aléatoire stationnaire de la vitesse sur un plan ( $X_3 = 0$ ). La vitesse à l'infini ( $X_3 \rightarrow \infty$ ) est supposée nulle.

(1) En faisant correspondre des signaux rectangulaires par tout ou par rien aux états turbulents et non turbulents.

Le champ conditions est do  $K_1, K_2$  (cf. 2,1)

(18)

avec :

En posant

et :

(19)

on calcule les c

(20)

les tensions (1)

les moyennes ergodique au l'hypothèse d

En ut que 0 ( $k_1, k_2$ )  $k = 0, 0$  est

(21)

(1) R. paire. Dans le

Le champ de vitesses, dérivant d'une fonction potentielle, répondant à ces conditions est donné par les intégrales de FOURIER-STIELGES suivantes, dans un plan  $K_1, K_2$  (cf. 2,1) :

$$(18) \quad \begin{aligned} v_1(\vec{N}) &= i \int \frac{k_1}{k} dA(\vec{k}) \exp(-kX_3) \exp(i \cdot \vec{k} \cdot \vec{N}) \\ v_2(\vec{N}) &= i \int \frac{k_2}{k} dA(\vec{k}) \exp(-kX_3) \exp(i \cdot \vec{k} \cdot \vec{N}) \\ v_3(\vec{N}) &= \int dA(\vec{k}) \exp(-kX_3) \exp(i \cdot \vec{k} \cdot \vec{N}) \end{aligned}$$

avec :

$$k = \sqrt{k_1^2 + k_2^2}, \quad \vec{k}(k_1, k_2).$$

En posant :

$$r_1 = X'_1 - X_1 \quad r_2 = X'_2 - X_2$$

et :

$$(19) \quad \theta(\vec{k}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int v_3(X_1, X_2, 0) v'_3(X'_1, X'_2, 0) \exp(-i \vec{k} \cdot \vec{r}) dr_1 dr_2$$

on calcule les corrélations spatiales :

$$(20) \quad \begin{aligned} v_1 v'_1 &= \iint \frac{k_1^2}{k^2} \theta \exp(-k(X_3 + X'_3)) \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r}) dk_1 dk_2 \\ v_2 v'_2 &= \iint \frac{k_2^2}{k^2} \theta \exp(-k(X_3 + X'_3)) \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r}) dk_1 dk_2 \\ v_3 v'_3 &= \iint \theta \exp(-k(X_3 + X'_3)) \exp(i \vec{k} \cdot \vec{r}) dk_1 dk_2 \end{aligned}$$

les tensions (1) sont nulles :

$$v_1 v_3 = v_1 v_2 = v_2 v_3 = 0,$$

les moyennes sont prises dans les plans  $X_3$  et  $X'_3$ , elles sont égales selon l'hypothèse ergodique aux moyennes temporelles; la vitesse générale étant dirigée selon l'axe des  $n_1$  l'hypothèse de TAYLOR donne :

$$k_1 = \frac{2\pi n}{V}$$

En utilisant la relation d'incompressibilité et le théorème de CRAMER établissant que  $\theta(k_1, k_2)$  est une fonction positive de  $k$ , PHILLIPS montre qu'au voisinage de  $k = 0$ ,  $\theta$  est développable selon la forme du 2<sup>e</sup> ordre :

$$(21) \quad \theta(k_1, k_2) = k_i k_j \theta_{ij} + O(k^3).$$

(1) R. W. STEWART fait remarquer que  $v_i v_j$  n'est pas nécessairement nul, bien que  $\theta$  soit une fonction paire. Dans le cas présent  $v_i v_j$  est nul par raison de symétrie [57].

A une certaine distance, seule l'influence des plus gros tourbillons est sensible, donc d'après les relations (20), en utilisant des coordonnées polaires :

$$(22) \quad \frac{1}{2} v^2 \sim \iint_{-\infty}^{\infty} k_1 k_2 \theta_{ij} \exp(-2kX_3) dk_1 dk_2 = \pi(\theta_{11} + \theta_{22}) \int_0^{\infty} k^3 \exp(-2kX_3) dk$$

$$\frac{1}{2} v^2 = v_3^2 \sim \frac{3\pi}{8} (\theta_{11} + \theta_{22}) X_3^{-4},$$

de même :

$$v_1^2 = \frac{3\pi}{32} (3\theta_{11} + \theta_{22}) X_3^{-4},$$

L'énergie des fluctuations turbulentes varie selon une loi en  $X_3^{-4}$  hors de la couche limite.

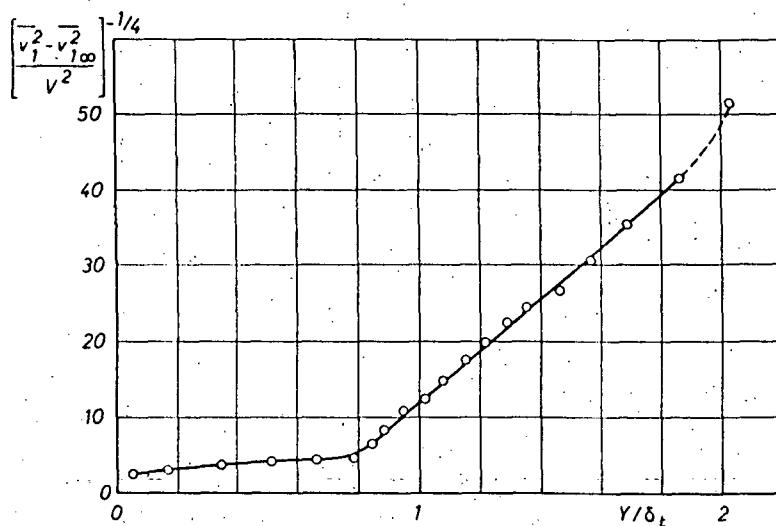


Fig. 32. — Intensités relatives de turbulence hors de la couche limite. Turbulence induite

### 3,41 Intensités de turbulence induite.

De la relation (20) il résulte que :

$$(23) \quad v_3^2 = v_1^2 + v_2^2.$$

Effectivement hors de la couche limite pour  $\frac{y}{\delta} > 1$   $v_3^2$  devient supérieur à  $v_1^2$  [71], mais les mesures manquent de précision, quant à  $v_2^2$  il semble être assez voisin de  $v_1^2$ .

La figure 32 donne les résultats de mesure des énergies dans et hors de la couche limite de la plaque plane disposée dans la soufflerie S2, à la position  $Z = 121$  mm.

Les valeurs portées sont  $\left[ \frac{v_1^2 - (v_1^2)_{\infty}}{v^2} \right]^{-1/4}$  en fonction de la distance  $\frac{y}{\delta_t}$  à la paroi; le terme  $(v_1^2)_{\infty}$  représente la prèturbulence de la soufflerie S2 correspondant à une intensité relative de  $9,75 \cdot 10^{-4}$ .

Il se  
 $\frac{y}{\delta_t} \sim 1,9$  la v  
par PHILIP

Pour  
A. A.  
à l'extérieur

3,42 Spec

Une.  
de la plaqu  
L'épaisseur

Les  
donnés sur

Ces  
de  $55 \cdot 10$   
turbulence

mince est  
fluctuation

Il semble bien en effet que pour les distances à la paroi variant de  $\frac{y}{\delta_t} \geq 0,9$  à  $\frac{y}{\delta_t} \sim 1,9$  la variation soit linéaire, ce qui correspond à la décroissance selon  $N_s^{-1}$  prévue par PHILLIPS.

Pour  $\frac{y}{\delta_t} > 1,9$  la précision est très faible et ne permet pas de conclure.

A. A. TOWNSEND a trouvé une variation analogue de l'intensité de turbulence à l'extérieur du sillage turbulent d'un barreau, il a vérifié aussi dans ce cas la relation (23).

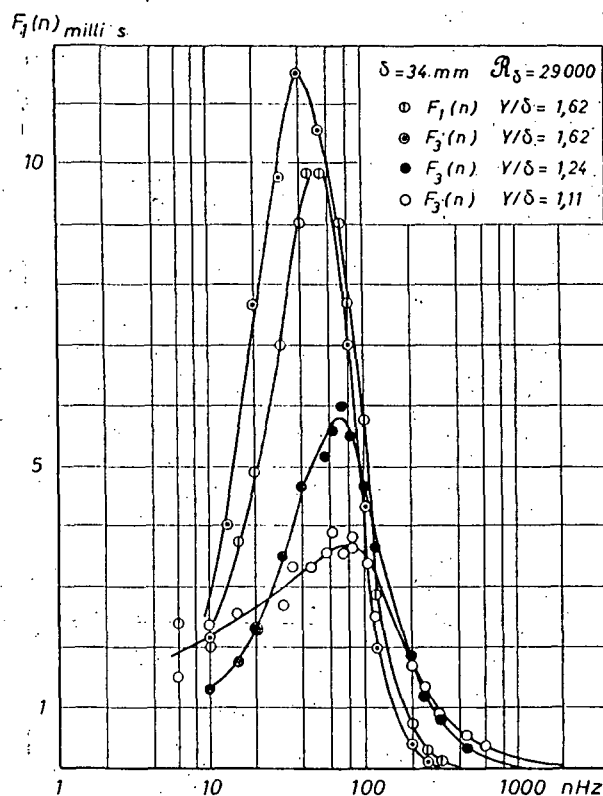


Fig. 33. — Spectres de turbulence induite

### 3.42 Spectres.

Une première série de mesures a été effectuée dans la couche limite turbulente de la plaque plane disposée dans la soufflerie S1, à la vitesse générale  $V = 12,20$  m/s. L'épaisseur  $\delta$  de couche limite était de 34 mm.

Les spectres des fluctuations  $v_1$  et  $v_3$ , aux distances  $\frac{y}{\delta}$  de 1,24 et de 1,62 sont donnés sur la figure 33.

Ces fluctuations sont bien dues à la turbulence induite, leurs intensités relatives de  $55 \cdot 10^{-4}$  et de  $20 \cdot 10^{-4}$ , respectivement, étant très supérieures à celle de la pré-turbulence de la soufflerie S1, dont l'intensité est de  $4 \cdot 10^{-4}$ ; de plus, si une plaque mince est interposée entre le fil chaud et la couche limite à  $\frac{y}{\delta} \sim 1$ , l'énergie de ces fluctuations diminue considérablement.

D'autre part, tout au moins pour la position  $\frac{y}{\delta} = 1,62$ , l'oscilloscope montre qu'il n'y a plus de fluctuations turbulentes dues à des « pointes » du front turbulent ( $\gamma = 0$ ).

Ces spectres présentent un maximum très accusé. Ce maximum est aussi très net pour le spectre en  $v_3$  à  $\frac{y}{\delta} = 1,11$ , dans la zone encore intermittente.

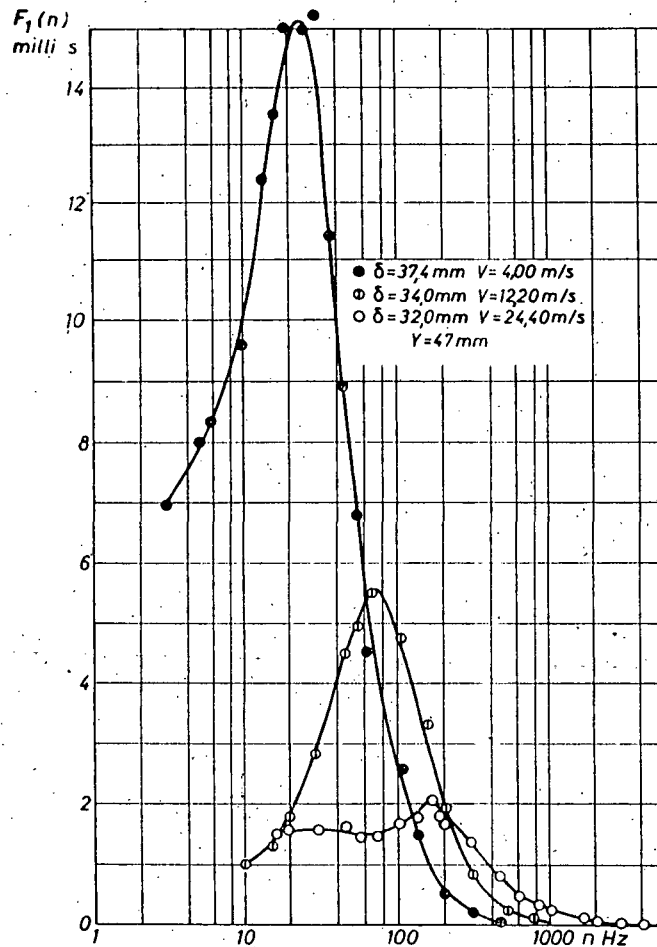


Fig. 3b. Spectres de turbulence induite  
Influence de la vitesse générale

Le maximum détecté des spectres  $F_1(n)$  a lieu près de la couche limite à une fréquence  $N$  de 80 Hz, qui correspond dans la transformation dans l'espace à une longueur  $\frac{V}{2\pi N} = 21,2$  mm, soit environ 0,75; cette longueur est très voisine de l'amplitude du déplacement du front turbulent orthogonalement à la paroi. Les spectres en  $F_3(n)$  sont légèrement différents, le maximum ayant lieu à une fréquence un peu plus faible.

Des mesures de  $F_1(n)$  ont été effectuées avec le même dispositif, mais à deux autres vitesses de 1 m/s et de 24,4 m/s.

La /  
nombre  $\frac{N}{V}$   
 $V = 4$  m/s,

Par

Des  
plaque plan

En  
détecté, m  
pratiqume  
est lié à  
interne pro

Par  
au précédé

La  
 $Z = 124$  m

Il e  
de 20 Hz,  
de 110 Hz,

Plus  
relatif à 90  
3,421 Ces

En  
de TAYLOR  
(24)

Le  
Dar  
 $F_2(n)$  et  $F$

La  
correspon  
quantitati  
de mesure

Dar  
plus pur,  
si la relat  
beaucoup  
peu différe  
l'expérien



La figure 34 donne les spectres  $F_1(n)$  pour les trois vitesses. Les valeurs du nombre  $N\delta/V$  correspondant aux maximums précités, respectivement de 0,23 pour  $V = 4$  m/s, 0,22 pour  $V = 12,20$  m/s, et 0,21 pour  $V = 24,4$  m/s, sont peu évolutives.

Par contre, le maximum s'estompe lorsque la vitesse augmente.

Des mesures analogues ont été faites hors de la couche limite turbulente de la plaque plane disposée dans la soufflerie S2.

En ce qui concerne les spectres  $F_1(n)$  un maximum accentué a toujours été détecté, même dans le cas de l'aspiration à la paroi [71], pour un nombre  $N\delta/V \sim 0,22$  pratiquement identique à celui trouvé précédemment. Ceci confirme que ce maximum est lié à la zone centrale et externe de la couche limite, et non à la zone interne profondément modifiée dans le cas de l'aspiration.

Par contre le spectre  $F_3(n)$  ainsi d'ailleurs que  $F_2(n)$  a été trouvé, contrairement au précédent, très différent du spectre  $F_1(n)$ .

La figure 35 donne la comparaison de  $F_1(n)$ ,  $F_2(n)$  et  $F_3(n)$  à la position  $Z = 124$  mm, et à la distance  $y = 30$  mm de la paroi ( $Y/\delta \sim 1,34$ ).

Il existe pour  $F_2(n)$  et  $F_3(n)$  un maximum relatif important à une fréquence de 20 Hz, nettement inférieure à celle correspondant au maximum du spectre  $F_1(n)$  de 110 Hz; une augmentation d'énergie en dessous de 10 Hz est aussi décelée.

Plus près de la paroi à  $1,15\delta$  le spectre  $F_3(n)$  présente également un maximum relatif à 90-100 Hz qui devient très peu marqué à la distance  $1,3\delta$ .

3,121 Ces résultats ne sont pas incompatibles avec la théorie de PHILLIPS.

En effet, la relation (23) peut s'écrire sous forme spectrale et avec l'hypothèse de TAYLOR :

$$(21) \quad (1 + \alpha) F_3(n) = F_1(n) + \alpha F_2(n).$$

Le coefficient  $\alpha$  étant égal à  $\frac{v_2^2}{v_1^2}$ , quelque peu inférieur à l'unité semble-t-il.

Dans le cas de l'expérience dans la soufflerie S2, le calcul de  $F_1(n)$  à partir de  $F_2(n)$  et  $F_3(n)$  en utilisant la relation (24) a été fait avec  $\alpha = 0,8$ .

La figure 35 donne la comparaison entre le spectre  $F_1(n)$  mesuré et calculé. La correspondance entre le spectre mesuré et calculé est très notable; la différence quantitative à  $n = 20$  Hz et à  $n = 10$  Hz pouvant d'ailleurs s'expliquer par les erreurs de mesures, du fait qu'intervient une différence de deux valeurs expérimentales voisines.

Dans le cas de l'expérience dans la soufflerie S1, où l'écoulement était d'ailleurs plus pur, la prèturbulence étant plus faible et l'envergure de la maquette plus grande, si la relation (24) est applicable cela signifie que  $F_2(n)$  a des valeurs qui décroissent beaucoup plus vite avec la fréquence que celle de  $F_1(n)$  ou de  $F_3(n)$ ;  $F_3(n)$  est alors peu différent de  $F_1(n)$ , avec un léger décalage vers les basses fréquences, comme l'indique l'expérience (fig. 33).

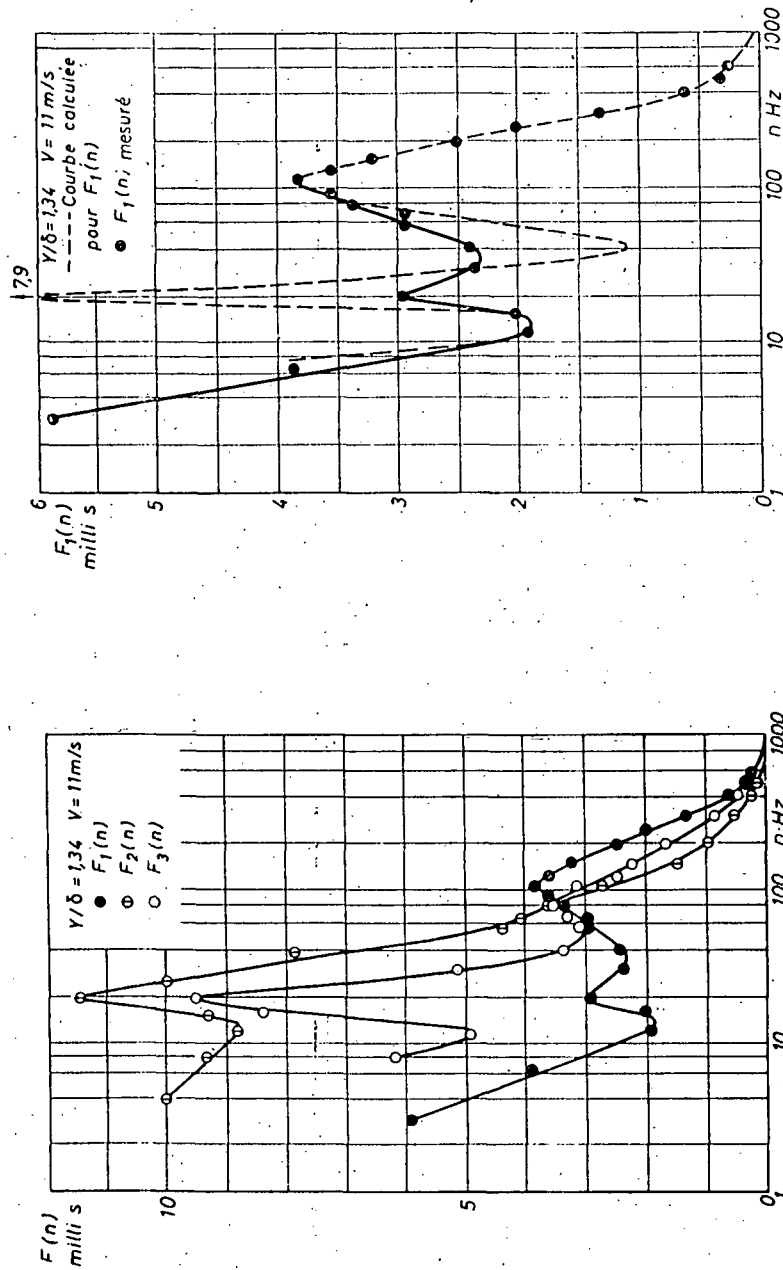


Fig. 35. — Spectres de turbulence induite

D'a  
relations (

(25)

avec :

Si  
exponenti  
assez élev

ce qui co

3,422 Le  
à la paro

La  
ainsi que

(26)

A  
approxim  
spectrale

D  
celles fa  
fréquence

C  
elle pou

(

D'ailleurs, les expressions des spectres  $F_1(k_1)$ ,  $F_2(k_1)$ ,  $F_3(k_1)$  à partir des relations (20) peuvent s'écrire :

$$(25) \quad \begin{aligned} v_1^2 F_1(k_1) &= 4 \int_0^\infty \frac{k_1^2}{k_1^2 + k_2^2} \phi(\vec{k}) \exp(-2 k X_3) dk_2 \\ v_2^2 F_2(k_1) &= 4 \int_0^\infty \frac{k_2^2}{k_1^2 + k_2^2} \phi(\vec{k}) \exp(-2 k X_3) dk_2 \\ v_3^2 F_3(k_1) &= 4 \int_0^\infty \phi(\vec{k}) \exp(-2 k X_3) dk_2 \end{aligned}$$

avec :

$$k_1 \sim \frac{2\pi n}{V} \quad \text{et} \quad F_i(k_1) = \frac{V}{2\pi} F_i(n).$$

Si  $\phi$  est une fonction décroissant rapidement avec  $k_2$ , et du fait aussi du facteur exponentiel, l'approximation suivante dans l'intégration peut être faite pour les valeurs assez élevées de  $k_1$  :

$$\frac{k_1^2}{k_1^2 + k_2^2} \sim 1 \quad \frac{k_2^2}{k_1^2 + k_2^2} \sim 0,$$

ce qui conduirait bien à :

$$v_1^2 F_1(k_1) \sim v_3^2 F_3(k_1) \quad \text{et} \quad F_2(k_1) \sim 0.$$

3,422 Les valeurs spectrales  $F_1(n)$  ont été comparées pour les deux distances relatives à la paroi  $\frac{y}{\delta} \sim 1,21$  et  $1,62$ .

La *figure 36* présente les spectres correspondants en coordonnées logarithmiques ainsi que le rapport  $\alpha$  défini par l'expression suivante :

$$(26) \quad \alpha(n) = \log_{10} \left[ \frac{F_1(n)_{y/\delta=1,21}}{F_1(n)_{y/\delta=1,62}} \right].$$

Aux fréquences supérieures à 200 Hz, la variation de  $\alpha$  est linéaire en première approximation, correspondant à un facteur  $\exp\left(-\frac{2\pi n}{V} \cdot X_3\right)$  dans les fonctions spectrales  $F_1(n)$ .

D'après les expressions (25), et avec des hypothèses simplificatives analogues à celles faites au paragraphe 3,421, on aurait bien une variation linéaire pour  $\alpha$  aux fréquences élevées, mais avec une pente double, correspondant à un facteur :

$$\exp\left(-\frac{2\pi n}{V} \cdot 2 X_3\right).$$

Cette différence semble être difficilement explicable par les erreurs (1) de mesure; elle pourrait l'être par les effets de la viscosité.

(1) Bien qu'elles soient élevées à cause du niveau très faible d'énergie turbulente.

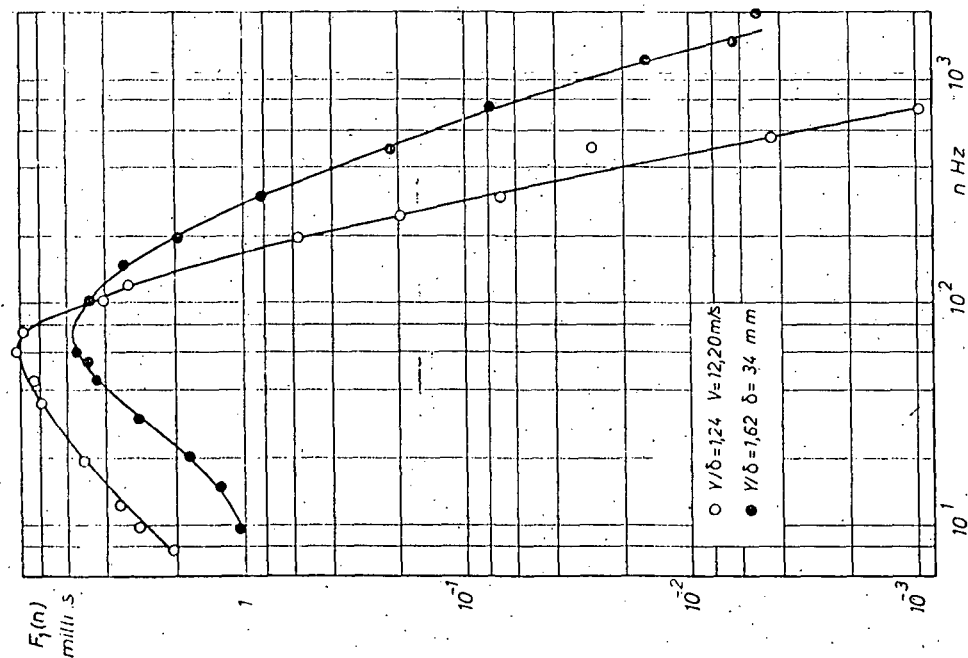
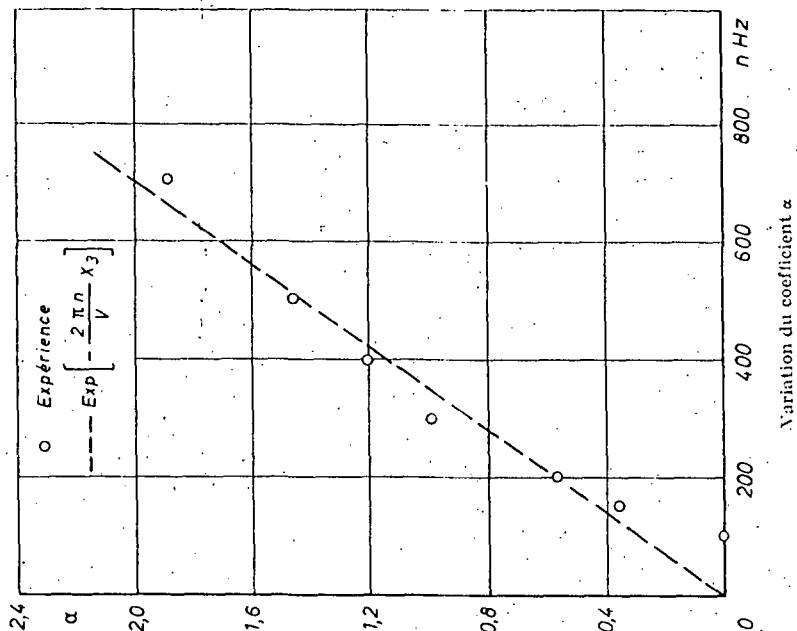


Fig. 36



Il y a  
travail eff  
turbulente

L'

(27)

le terme

(28)

qui se r

(29)

Le  
bien à un

La  
limite, de  
d'énergie  
à petite e

Le  
l'énergie  
par la vi

(30)

E  
qui ne d

3,5. SP

D  
dans le c

L

L

Il existe un terme dans les équations de l'énergie turbulente qui correspond au travail effectué par unité de temps et de masse par les tensions visqueuses des fluctuations turbulentes [68].

L'équation d'énergie est [réf. [68], équ. (1-98)] :

$$(27) \quad \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (q^2) = - \frac{\partial}{\partial X_i} v_i \left( \frac{p}{\rho} + \frac{q^2}{2} \right) - v_i v_j \frac{\partial v_j}{\partial X_i} + \nu \frac{\partial}{\partial X_i} v_j \left( \frac{\partial v_i}{\partial X_j} + \frac{\partial v_j}{\partial X_i} \right) - \nu \overline{\left( \frac{\partial v_i}{\partial X_j} + \frac{\partial v_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial v_j}{\partial X_i}} \quad q^2 \equiv v_i v_i,$$

le terme correspondant à l'effet précité est :

$$(28) \quad \nu \frac{\partial}{\partial X_i} v_j \left( \frac{\partial v_i}{\partial X_j} + \frac{\partial v_j}{\partial X_i} \right)$$

qui se réduit dans le cas envisagé à :

$$(29) \quad \nu \frac{\partial}{\partial X_3} v_j \left( \frac{\partial v_3}{\partial X_j} + \frac{\partial v_j}{\partial X_3} \right) = \nu \frac{\partial^2}{\partial X_3^2} \left[ v_3^2 + \frac{1}{2} q^2 \right].$$

Les valeurs  $v_3^2$  et  $q^2$  étant de la forme  $\frac{1}{(a + b X_3)^4}$  ce terme est positif et correspond bien à un apport d'énergie.

La diminution moins rapide qu'escomptée, lorsqu'on s'éloigne de la couche limite, de l'énergie spectrale aux fréquences élevées, pourrait donc être due à un transfert d'énergie par l'effet de la viscosité des composantes à grande échelle aux composantes à petite échelle.

Le dernier terme de l'équation (27) représente la dissipation par viscosité de l'énergie turbulente. La différence des termes de production et de dissipation d'énergie par la viscosité, est égale à :

$$(30) \quad \nu \frac{\partial}{\partial X_i} v_j \left( \frac{\partial v_i}{\partial X_j} + \frac{\partial v_j}{\partial X_i} \right) - \nu \overline{\left( \frac{\partial v_i}{\partial X_j} + \frac{\partial v_j}{\partial X_i} \right) \frac{\partial v_j}{\partial X_i}} = \nu v_i \frac{\partial}{\partial X_i} \left( \frac{\partial v_i}{\partial X_j} + \frac{\partial v_j}{\partial X_i} \right) = \nu v_j \frac{\partial^2 v_j}{\partial X_i^2}.$$

L'expression qui en général doit être non nulle, pour des fluctuations de vitesse qui ne dérivent pas d'une fonction potentielle.

### 3.5 SPECTRES DE TURBULENCE A GRAND NOMBRE DE REYNOLDS

Des mesures spectrales des fluctuations de vitesse turbulente  $v_1$  ont été effectuées dans le circuit de la soufflerie Paul DUMANOIS de T.O.N.E.R.A., à Modane-Avrieux.

La *figure 37* récapitule les résultats en coordonnées logarithmiques.

Les spectres ont été relevés après les coudes I, II, III et IV de la soufflerie.

L'ouverture  $\Omega$  de l'entrée d'air principale de la soufflerie était réglée à 0 %, sauf dans un cas où  $\Omega = 100$  %.

Les mesures sont faites soit dans le centre de la section, soit à une hauteur de 3 m seulement du sol.

Dans le cas du coude II, la longueur de corrélation  $L_1$  peut être évaluée à 0,6 m, dans les autres cas les longueurs  $L_1$  sont supérieures; en admettant que  $\lambda_1 \sim 10 L_1$ ,

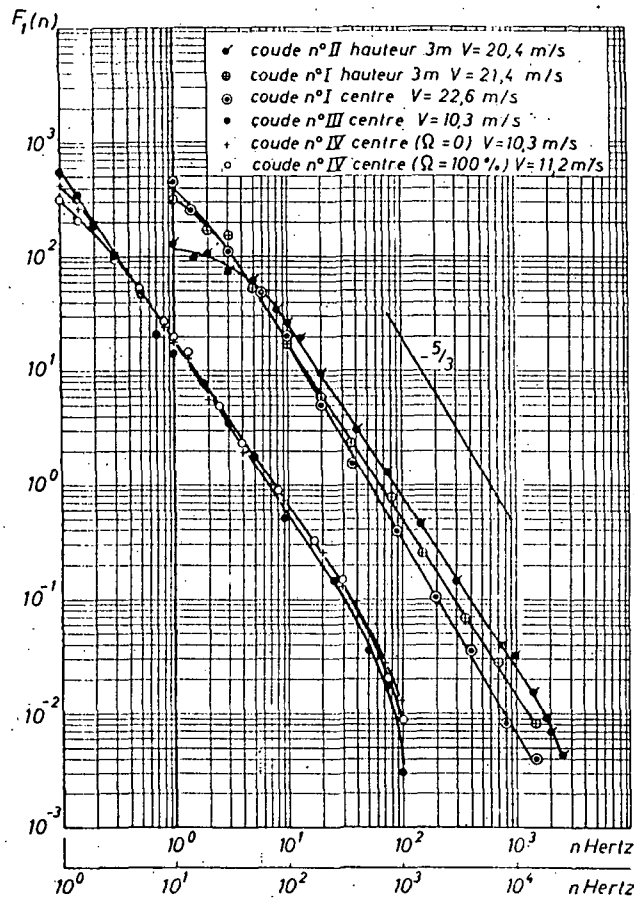


Fig. 37. Spectres de turbulence dans la soufflerie  $S_1$  de Modane-Avrieux

l'intensité de turbulence mesurée étant de 4,5 %, la vitesse générale de  $V = 20,4$  m/s, le nombre de Reynolds  $Re_\lambda$  vaut environ 3 700. Dans les autres cas le nombre de Reynolds est du même ordre ou plus élevé.

Dans ces conditions les spectres présentent des parties presque rectilignes pour les bandes de fréquences de quelques hertz à 1 000 Hz environ.

Le tableau ci-contre donne les pentes des droites tracées, ainsi que les intensités relatives de turbulence mesurées.

Coude n  
Coude n  
Coude n  
Coude n  
Coude n  
Coude n

La p  
est  $-\frac{5}{3} =$   
Dan  
anisotrope,  
qui sont su  
Les  
aux deux c

	PENTE	INTENSITÉS RELATIVES
		%
Coude n° II .....	— 1,54	4,6
Coude n° II, hauteur 3 m .....	— 1,57	12,0
Coude n° I, centre .....	— 1,64	3,3
Coude n° III .....	— 1,57	8,5
Coude n° IV, centre $\Omega = 0$ .....	— 1,45	5,1
Coude n° IV, centre $\Omega = 100$ % .....	— 1,65	3,2

La pente théorique d'après Kolmogorov pour une turbulence homogène isotrope est  $\frac{5}{3} = 1,67$ .

Dans le cas de ces mesures la turbulence était probablement assez fortement anisotrope, ceci peut expliquer les différences des pentes expérimentales et théoriques qui sont supérieures aux erreurs de mesures (1).

Les pentes mesurées les plus proches de la pente théorique  $\frac{5}{3}$  correspondent aux deux cas où les intensités de turbulence sont les plus faibles.

(1) Par exemple, celles dues à une sous-compensation.

## 4 CORRÉLATION AVEC BANDE PASSANTE RÉDUITE

Le calcul des corrélations dans le temps et l'espace obtenues en utilisant un filtre de bande de largeur réduite peut être fait comme application de la définition des spectres d'énergie.

4.1 Soient les fluctuations turbulentes  $v$  et  $v'$  en deux points  $M$  et  $M'$ , et soient  $e$  et  $e'$  les fluctuations obtenues à la sortie de deux filtres de bande de largeur réduite; le problème est de calculer la corrélation  $R_e$  des tensions  $ee'$  en fonction de la corrélation  $R$  des vitesses  $v$  et  $v'$ .  $T$  est le décalage de temps, et  $x$  le décalage des points  $M$  et  $M'$ :

$$(1) \quad R(x, T) = vv'(T) = \frac{|v + v'(T)|^2 - |v|^2 - |v'(T)|^2}{4}$$

$$R_e(x, T) = ee'(T) = \frac{|e + e'(T)|^2 - |e|^2 - |e'(T)|^2}{4}$$

On a d'après la définition des fonctions spectrales d'énergie,  $\Lambda(n)$  étant la réponse spectrale des filtres, définie à un facteur constant près :

$$(2) \quad (e \pm e')^2 = \int_0^\infty \Lambda(n) H_\pm(n) dn,$$

$H_\pm(n)$  est la densité spectrale d'énergie des fluctuations.

$H_\pm(n)$  se déduit du produit d'autocorrélation de  $v + v'(T)$ , par la relation de FOURIER [2 (8)] :

$$(3) \quad H_\pm(n) = 4 \int_0^\infty \Gamma_\pm(\tau) \cos 2\pi n\tau d\tau$$

avec :

$$(4) \quad \Gamma_\pm(\tau) = [v \pm v'(T)] [v(\tau) \pm v'(T \pm \tau)],$$

ou en explicitant le produit :

$$(5) \quad \Gamma_\pm(\tau) = R(0, \tau) + R'(0, \tau) \pm [R(x, T \pm \tau) \pm R(x, T - \tau)],$$

$R$  et  $R'$  étant l'autocorrélation aux points  $M$  et  $M'$ .

L'expression de  $R_e$  est finalement :

$$(6) \quad R_e(x, T) = 2 \int_0^\infty \Lambda(n) \left[ \int_0^\infty [R(x, T \pm \tau) \pm R(x, T - \tau)] \cos 2\pi n\tau d\tau \right] dn.$$



Le coefficient de corrélation avec filtrage :

$$(7) \quad r_F(x, T) = \frac{R_F(x, T)}{\left[ v^2 \int_0^\infty A(n) F(n) dn \cdot v'^2 \int_0^\infty A(n) F'(n) dn \right]^{1/2}}$$

$F(n)$  et  $F'(n)$  étant les spectres d'énergie de  $v$  et  $v'$ , soit par définition :

$$e^2 = v^2 \int_0^\infty A(n) F(n) dn \quad \text{et} \quad e'^2 = v'^2 \int_0^\infty A(n) F'(n) dn.$$

4.11 Une application de la formule (7) a été faite au cas de la turbulence derrière grille, pour le coefficient de corrélation dans le temps et l'espace longitudinalement des fluctuations longitudinales de vitesse.

L'expérience montre que dans ce cas les courbes de corrélation avec retard  $T_c$  compensateur du mouvement d'ensemble [80] sont pratiquement symétriques.

Les formules (6), (7) donnent alors le coefficient de corrélation avec retard compensateur  $T_c$  :

$$(8) \quad r_{1,1F}(X_1, T_c) = 4 \frac{\int_0^\infty A(n) \left[ \int_0^\infty r_{1,1}(X_1, T_c + \tau) \cos 2\pi n \tau d\tau \right] dn}{\int_0^\infty A(n) F_1(n) dn}$$

Les fonctions spectrales  $\Theta_{1,1}(n)$  suivantes ont été calculées pour les décalages  $\frac{X_1}{M}$  de 0,00, 1,93, 4,56 et 8,72 correspondant aux cas des mesures [47] :

$$(9) \quad \Theta_{1,1}(n) = 4 \int_0^\infty r_{1,1}\left(\frac{X_1}{M}, T_c + \tau\right) \cos 2\pi n \tau d\tau,$$

soit :

$$(10) \quad r_{1,1F}\left(\frac{X_1}{M}, T_c\right) = \frac{\int_0^\infty A(n) \Theta_{1,1}(n) dn}{\int_0^\infty A(n) F_1(n) dn}$$

Les aires des courbes  $\Theta_{1,1}(n)$  sont proportionnelles aux maximums de  $r_{1,1}\left(\frac{X_1}{M}, T_c\right)$  soit 1, 0,77, 0,62 et 0,48 respectivement. Ces courbes sont données sur la figure 38.

La figure 39 indique les valeurs du rapport :

$$\beta = \frac{r_F}{r}$$

déterminées expérimentalement avec un filtre passe haut de 55 à 2 500 Hz et un filtre passe bas de 1 à 275 Hz, la bande passante totale étant de 1 à 2 500 Hz, et calculées par la formule (8) pour les mêmes filtres.

Dans le cas de l'utilisation du filtre passe bas, des différences notables apparaissent. On peut les attribuer aux erreurs expérimentales, et aux incertitudes du tracé des courbes du coefficient de corrélation pour les retards  $\tau$  élevés intervenant dans le calcul des expressions  $\Theta(n)$ .

Dans le même cas d'expérience, les valeurs des coefficients  $r_F$  ont été calculées avec un filtre passe bas de 1 à 140 Hz et un filtre passe haut de 140 à 2 500 Hz.

La frontière de 140 Hz correspond à la longueur de corrélation  $L_1$  dans le cas de ces mesures. Les fluctuations comprises dans la bande de fréquence inférieure

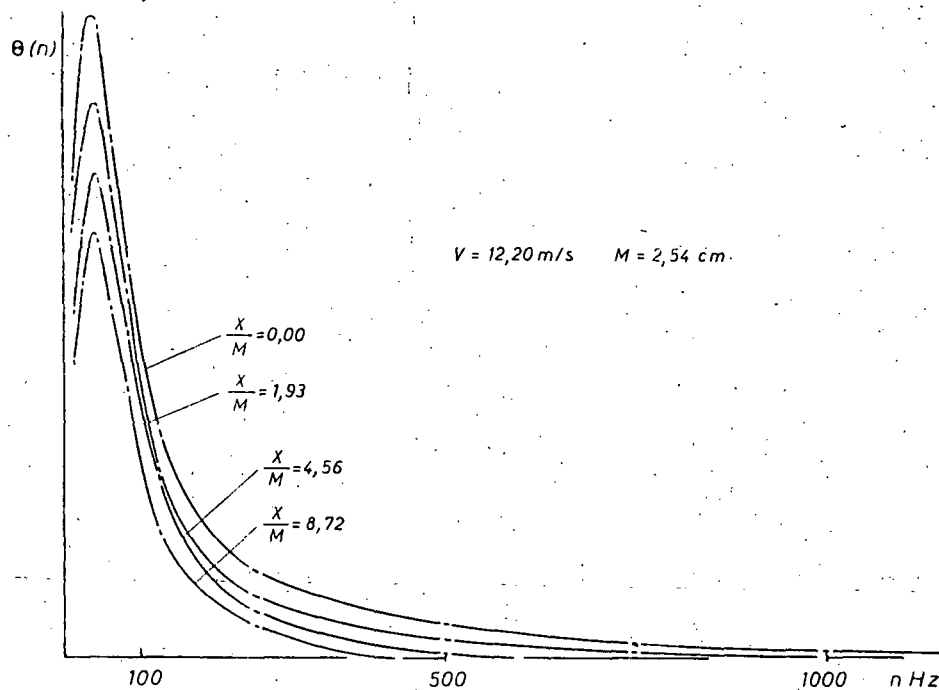


Fig. 38. — Fonctions spectrales  $\Theta(n)$ . Turbulence derrière grille.

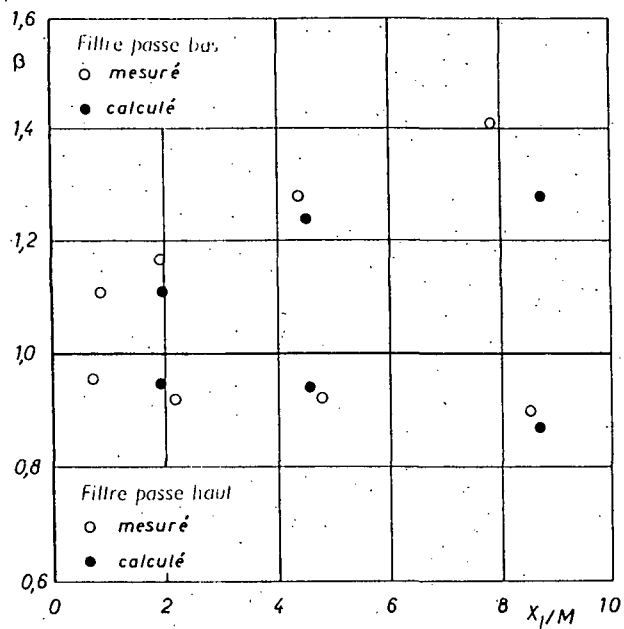
contiennent 50 % de l'énergie et ne participent pratiquement pas à la dissipation par viscosité.

Les fluctuations comprises dans la bande supérieure participent très notablement à la dissipation visqueuse.

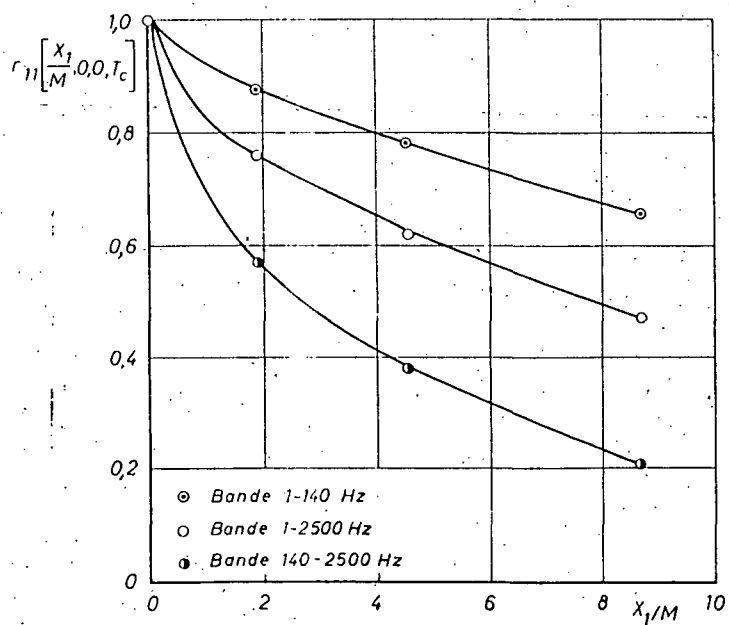
La figure 39 présente les trois courbes du coefficient de corrélation avec retard  $T_c$  optimal dans le cas des trois bandes passantes.

4.12 Le maximum des courbes  $R_{1,1}(x, T_c)$  a lieu pour un certain retard  $T_c$ . Il est intéressant de savoir si le maximum des courbes  $R_{1,1F}$  a lieu pour le même retard.

Lorsque les courbes  $R_{1,1}$  sont symétriques par rapport à  $T_c$  les courbes  $R_{1,1F}$  sont aussi symétriques par rapport à  $T_c$  d'après l'expression (6) et il est raisonnable du point de vue physique de supposer que le maximum a lieu pour  $T = T_c$  axe de symétrie.



Corrélations spatio-temporelles avec retard optimal  
Rapport des maximums avec et sans retard



Effets de la bande passante sur les corrélations spatio-temporelles  
avec retard optimal

Fig. 39

Par contre si les courbes  $R_{1,i}(x, T_c)$  n'ont pas d'axe de symétrie, ce qui est le cas général dans la couche limite turbulente, il n'est pas certain que le maximum  $R_{1,10}$  ait lieu pour  $T = T_c$ , c'est-à-dire physiquement que tous les tourbillons aient la même vitesse de transfert.

Pour expliciter l'expression correspondant au cas général et chercher si pour certaines bandes de fréquence  $\Delta(n)$ , plus ou moins étroites, il existerait des courbes  $R_{ij}$  maximales pour un retard  $T$  différent de  $T_c$ , il faudrait disposer d'une machine à calculer les coefficients de FOURIER.

Dans le cas d'une fréquence  $n_0$  discrète l'expression (7) devient :

$$(11) \quad r_{ij\nu}(T) = \frac{2 \int_0^{2\pi} \{r_{ij}(x, T + \tau) + r_{ij}(x, T - \tau)\} \cos 2\pi n_0 \tau d\tau}{[R_i(n_0) \cdot R_j(n_0)]^{1/2}}$$

5

5,1 Des a  
d'accord de  
la fréquence  
négligeable.

Les e  
des fluctuat

Les  
type 0,05)  
constitutifs  
sur les moy  
même des v

Il e  
l'effet de c

Aux  
parasite du  
et le bruit  
élevées.

5,2 Les  
géométrie  
que la rep  
la bande

La  
de la grill  
dimension  
créées pa  
longueur  
être appr

A  
comparée

a)  
b)  
c)  
d)

## CONCLUSIONS

5,1 Des analyseurs spectraux adaptés aux mesures sur la turbulence (fréquences d'accord de 1-5 500 Hz et 6-16 000 Hz) ont été réalisés. Les mesures étant faites jusqu'à la fréquence minimale de 1 Hz, l'énergie spectrale dans la bande inférieure est négligeable.

Les erreurs de mesure ont été examinées compte tenu des caractères statistiques des fluctuations de vitesses turbulentes.

Les erreurs aléatoires, principalement dues au temps fini d'intégration (écart type 0,05) et systématiques ( $\pm 0,04$ ) provenant surtout des variations des éléments constitutifs du circuit sélectif, sont assez notables et peuvent entraîner des écarts relatifs sur les moyennes quadratiques atteignant  $\pm 0,14$  dans les cas les plus défavorables et même des valeurs plus élevées aux fréquences les plus basses (de 1 Hz à quelques hertz).

Il est nécessaire d'effectuer un assez grand nombre de mesures pour réduire l'effet de ces erreurs.

Aux fréquences les plus élevées, un filtrage préalable doit éliminer l'énergie parasite due aux fluctuations à fréquences inférieures. Le rapport entre le signal turbulent et le bruit de fond conditionne en définitive les possibilités de mesure aux fréquences élevées.

5,2 Les mesures spectrales effectuées en aval d'une grille de turbulence dont la géométrie était classique, à un nombre de Reynolds assez faible ( $Re = 21\ 000$ ), confirme que la représentation de DRYDEN est valable jusqu'à environ une fréquence de  $2 n_0$ , la bande correspondante renfermant près de 70 % de l'énergie totale.

La longueur de corrélation des fluctuations longitudinales tend au voisinage de la grille vers celle du quart de la maille; on peut interpréter ceci en admettant que la dimension moyenne et la plus probable des fluctuations turbulentes à basses fréquences, créées par la grille, est égale à celle de la maille. Compte tenu de la variation de la longueur de corrélation, l'échelle spectrale au long du mouvement moyen peut ainsi être approximativement calculée pour les grilles usuelles.

Aux fréquences très basses, inférieures à  $\frac{n_0}{2}$ , les valeurs spectrales ont été comparées pour les quatre dispositifs suivants :

- a) grille classique;
- b) grille à barreaux, section carrée;
- c) simple rangée de barreaux (section circulaire);
- d) barreau isolé (section circulaire).

Dans tous les cas la valeur spectrale tend vers un palier aux fréquences les plus basses, toutefois alors que pour les cas *a*) et *c*) la valeur limite dépend des mailles de la grille, dans les cas *b*) et *d*), il semble qu'elle ne dépende que des dimensions de la veine d'expérience, correspondant alors à une échelle de fluctuations beaucoup plus grande.

Lorsqu'il existe des tourbillons périodiques issus de la rangée aval de barreaux, pour la grille biplane utilisée, le spectre des fluctuations longitudinales présente un maximum à une fréquence dont la longueur d'onde correspondante a une dimension voisine de celle de la maille.

Ce maximum se conserve au long du mouvement, si l'on tient compte du ralentissement général des fluctuations turbulentes, montrant ainsi que l'anisotropie ainsi créée ne tend pas à se résorber. Il faut noter d'ailleurs que la turbulence n'est pas isotrope aux basses fréquences dans le cas de la grille biplane utilisée.

Aux fréquences moyennes, supérieures à  $n_c$ , les spectres dépendent peu de la disposition géométrique des barreaux <sup>(1)</sup>, mais surtout des barreaux eux-mêmes; le paramètre de similitude est alors le nombre de Reynolds formé avec la dimension de la section d'un barreau. Dans ces expériences, la décroissance spectrale selon KOLMOGOROV en  $n^{-5/3}$  n'a pas été vérifiée, le nombre de Reynolds étant sans doute trop faible ( $Re_d = 4\,200$ ).

Aux fréquences élevées supérieures à  $n_v$ , la décroissance spectrale devient très rapide et les résultats de mesure sont compatibles avec la loi en  $n^{-7}$  d'HEINSENBERG.

5.3 Dans la couche limite turbulente, pour les nombres de Reynolds considérés de 17 000 et 29 000, la loi de décroissance spectrale aux fréquences moyennes en  $n^{-1}$  de TENEN est assez bien vérifiée pour les distances relatives à la paroi  $\frac{y}{\delta} = 0,03$  et  $0,24$ .

La loi en  $n^{-5/3}$  de KOLMOGOROV par contre n'a pas été trouvée dans la zone externe, l'évolution spectrale, voisine de la forme empirique de DRYDEN, étant alors proche de celle existant derrière une grille.

Aux fréquences élevées la décroissance spectrale est compatible avec la loi en  $n^{-7}$  d'HEINSENBERG. Dans la zone interne et dans la sous couche visqueuse la décroissance spectrale se ferait selon une loi en  $n^{-h}$ , avec  $h \sim 9$  à  $10$ , la valeur de  $h$  compte tenu d'une correction de longueur de fil chaud, serait nettement supérieure à  $7$ .

Aux basses fréquences, l'énergie spectrale relative est peu évolutive dans la zone centrale et externe, par contre, en se rapprochant de la paroi dans la zone interne, elle diminue notablement.

Les spectres paraissent en première approximation indépendants du mode de transition de la couche limite turbulente. Toutefois, aux très basses fréquences, une évolution sensible a été décelée dans la zone centrale et externe, selon que la transition était déclenchée par des rugosités disposées au bord d'attaque ou par une pré-turbulence de niveau élevé créée par une grille placée en amont.

(1) Seul pour des rapports  $\frac{M}{d}$  suffisamment élevés, c'est-à-dire pour des grilles ayant une solidité faible, cas des grilles de turbulence classique ( $\frac{M}{d} > 5$ ).

Près de conditions loc

En ce c les mesures m des fluctuati auraient stati moyen (noml

De m fluctuations n'existe pas soit isotrope

Aux l peut être co

5.4 Dans le spectre  $F_1$  les mêmes c tourbillons à l'expérience que des con

Il n'e notablement l'effet de lin

5.5 L'éne la composan l'inverse de asymptotiq

Pour quant à leu

Tout dans les de à l'amplitu l'intermitte

Les incompatib

Les ceux des d

Une relative sp PHILLIPS;

Près de la paroi ( $\frac{y}{\delta} \sim 0,03$ ) par contre, les spectres sont plus dépendants des conditions locales intrinsèques à la couche limite.

En ce qui concerne les spectres des fluctuations orthogonales à la paroi et latérales, les mesures montrent une très forte anisotropie par comparaison avec les spectres déduits des fluctuations longitudinales (sauf aux fréquences très élevées). Les gros tourbillons auraient statistiquement un allongement de l'ordre de trois dans le sens de l'écoulement moyen (nombre de Reynolds  $Re_{\delta} = 29\,000$ ,  $\frac{y}{\delta} \geq 0,13$ ).

Dé même, la répartition spectrale du coefficient de corrélation entre les fluctuations longitudinales et orthogonales à la paroi en un point, montre qu'il n'existe pas à ces nombres de Reynolds une région spectrale d'énergie notable qui soit isotrope.

Aux basses fréquences, jusqu'à  $n_R$  environ, le coefficient de corrélation précité peut être considéré comme constant.

5,4 Dans la zone centrale de la couche limite turbulente avec aspiration à la paroi, le spectre  $F_1(n)$  diffère peu aux fréquences basses et moyennes, du spectre relevé dans les mêmes conditions sans aspiration. Ceci confirme que, dans la zone centrale, les tourbillons à basses fréquences dépendent plus des conditions en amont, qui dans l'expérience faite devenaient identiques pour une distance amont de sept fois l'épaisseur  $\delta$ , que des conditions locales.

Il n'en est pas de même très près ( $\frac{y}{\delta} = 0,003$ ) de la paroi le spectre  $F_1(n)$  est alors notablement modifié par l'aspiration. L'aspiration, du point de vue spectral, diminue l'effet de limitation par la paroi des fluctuations à grande échelle.

5,5 L'énergie des fluctuations induites hors de la couche limite a été mesurée pour la composante longitudinale de la vitesse; elle décroît en première approximation selon l'inverse de la puissance quatrième de la distance à la paroi, comme le prévoit une loi asymptotique due à O. M. PHILLIPS.

Pour les deux couches limites turbulentes étudiées, différentes particulièrement quant à leur mode de transition, les spectres ne sont pas identiques.

Toutefois, les spectres des fluctuations longitudinales de vitesse présentent, dans les deux cas envisagés, un maximum relatif à une longueur d'onde correspondant à l'amplitude des fluctuations d'épaisseur de la couche limite sous l'effet de l'intermittence.

Les différences existant entre les spectres des trois composantes ne sont pas incompatibles avec la théorie de la turbulence induite de O. M. PHILLIPS.

Les spectres des fluctuations latérales de vitesse sont à échelle plus grande que ceux des deux autres composantes.

Une mesure de la décroissance en fonction de la distance à la paroi de l'énergie relative spectrale aux fréquences élevées ne semble pas compatible avec la théorie de PHILLIPS; cette différence pourrait être due aux effets de la viscosité.

5,6 Quelques mesures spectrales à grand nombre de Reynolds ( $Re_{\lambda_1} \sim 3\,700$ ) ont été effectuées dans une très grande soufflerie.

A toutes les positions de mesure les spectres ont une région étendue (rapport des fréquences extrêmes environ 100) de décroissances en  $n^{-h}$ ; la valeur  $h$  varie de 1,45 à 1,65, cette dernière valeur étant proche de la valeur  $\frac{5}{3}$  donnée par Kolmogorov.

5,7 Une formule a été établie, pour calculer le coefficient de corrélation dans le temps et l'espace obtenu avec une bande passante réduite à partir des résultats de mesures faites avec une bande passante étendue.

On peut ainsi établir la contribution des diverses composantes spectrales au coefficient de corrélation précité avec retard compensateur du mouvement d'ensemble.



ont été

rapport  
de 1,45  
rov.

e temps  
mesures

ales au  
mble.

## TABLEAUX

**Page Intentionally Left Blank**

TABLEAU I

*Spectres de turbulence derrière grille*

M = 2,54 cm V = 12,20 m/s

(Fig. 9, 10, 12, 20)

 $\frac{z}{M}$  80 $\frac{z}{M}$  40

$n$ Hz	$F_1(n) 10^2 s$	$n$ Hz	$F_1(n) 10^2 s$
1	5,90	1	4,11
2	5,44	2	4,84
3	5,94	3	4,95
4	6,01	4	4,09
6	6,06	6	4,84
9	6,38	12	4,63
15	6,01	18	4,49
25	6,10	25	4,10
30	6,22	40	4,21
40	5,44	80	3,52
60	4,94	110	2,63
80	3,50	160	1,59
110	2,66	300	0,762
160	1,65	400	0,571
300	0,709	400	0,525
600	0,272	600	0,326
800	0,150	600	0,301
1 000	0,0787	750	0,218
1 500	0,0207	1 000	0,135
2 000	0,00677	1 250	0,0853
2 000	0,00695	1 500	0,0417
2 500	0,00254	1 500	0,0425
2 500	0,00224	2 000	0,0186
3 000	0,000865	2 000	0,0213
3 500	0,000425	2 500	0,00780
4 000	0,000185	2 500	0,00105
4 500	0,000116	3 000	0,00334
5 000	0,000066	3 000	0,00418
		3 500	0,00220
		4 000	0,00116
		4 500	0,00645
		5 000	0,00036

TABLEAU II

*Spectres de turbulence derrière grille*

M = 2,54 cm V = 12,20 m/s

(Fig. 10, 15, 20)

$\frac{z}{M} = 10$

$\frac{z}{M} = 4,14$

Grille M = 2,54 cm

$n$ Hz	$F_1(n) 10^3 s$	$n$ Hz	$F_1(n) 10^3 s$
2	3,12	4	2,14
4	3,11	6	2,53
6	2,89	9	2,33
7,5	3,16	12	2,24
12	2,95	18	2,10
18	2,65	25	2,32
25	3,28	30	2,04
30	3,03	40	2,37
40	3,19	60	2,35
60	3,34	80	2,38
80	2,67	110	1,84
110	2,17	160	1,74
160	1,49	300	1,08
300	0,875	400	0,825
400	0,660	600	0,473
600	0,392	800	0,264
800	0,291	1 000	0,180
1 000	0,172	1 500	0,0775
1 500	0,109	2 000	0,0450
2 000	0,0669	2 500	0,0262
2 500	0,0362	3 000	0,0151
3 000	0,0213	3 500	0,0110
3 500	0,0140	4 000	0,00740
4 000	0,00581	4 500	0,00480
4 500	0,00318	5 000	0,00225
5 000	0,00225		

$n$ Hz
1
1
1
2
2
3
4
5
6
8
10
12
15
20
25
25

TABLÉAU III

*Spectres de turbulence*

Grille (barreau section carrée)

Barreau isolé

$M = 2,54 \text{ cm}$

$V = 12,20 \text{ m/s}$

$\frac{z}{M} = 40$

$d = 0,5 \text{ cm}$

$z = 200 d$

(Fig. 12)

$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$	$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$
1,5	7,50	1,5	8,81
2	9,32	2	10,50
3	10,30	3	9,54
4	10,70	4	8,74
5	11,10	5	9,60
6	10,50	6	9,20
8	9,85	8	8,02
10	8,85	10	7,40
12	8,70	12	6,32
15	7,90	15	6,11
20	6,95	20	4,59
25	6,52	25	4,64
30	6,04	30	4,51
35	5,30	35	4,05
40	4,85	40	4,18
45	4,24	50	3,58
50	3,93	60	3,22
60	3,47	80	2,60
70	3,14	100	2,44
80	2,88	125	2,17
100	2,42	150	1,84
120	1,89	200	1,33
150	1,61	250	1,07
200	1,15	300	0,814
250	0,880	400	0,545
300	0,700	500	0,407
400	0,481	600	0,307
500	0,350	800	0,176
600	0,239	1 000	0,118
800	0,150	1 800	0,0250
1 000	0,0961	2 000	0,00177
1 250	0,0698	2 200	0,00120
1 500	0,0378	2 500	0,00840
2 000	0,0172		
2 200	0,0132		
2 500	0,0087		

TABLEAU IV

*Spectres de turbulence*  
 Grille barreaux parallèles  
 $M = 3 \text{ cm}$        $\frac{z}{M} = 40$   
 $V = 12,20 \text{ m/s}$   
 (Fig. 12)

$n \text{ Hz}$	$F_i(n) 10^3 \text{ s}$
1,25	5,42
2	5,99
3	5,90
5	5,85
10	5,49
16	5,04
20	4,84
30	4,47
46	3,32
56	3,66
74	3,04
83,5	3,14
129	2,01
129	1,79
200	1,45
200	1,22
300	0,769
450	0,538
450	0,483
600	0,335
800	0,212
1 000	0,215
1 500	0,0694
2 000	0,0340
2 500	0,0144
3 000	0,00780
3 500	0,00516
4 000	0,00274
5 000	0,00059

TABLEAU V

*Spectres de turbulence*

Barreau isolé

$d = 12 \text{ mm}$      $V = 29,2 \text{ m/s}$      $d = 0,5 \text{ cm}$      $V = 30,4 \text{ m/s}$

(Fig. 13)

$\frac{z}{d} = 50$

$\frac{z}{d} = 50$

$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$	$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$
1	9,40	1	4,60
2	11,8	2	4,84
3	10,3	3	4,15
4	11,6	4	4,33
6	10,7	6	4,88
9	9,9	12	4,10
12	9,86	18	3,74
18	8,70	25	3,44
25	6,05	30	3,29
30	5,60	40	2,80
40	3,75	60	2,04
60	2,78	110	1,28
80	2,28	160	0,824
110	1,68	300	0,506
160	1,09	400	0,506
300	0,620	600	0,331
400	0,489	800	0,286
600	0,301	1 000	0,218
800	0,209	1 500	0,150
1 000	0,126	2 000	0,0232
1 500	0,0681	2 500	0,0800
2 000	0,0378	3 000	0,0550
2 500	0,0283	3 500	0,0425
3 000	0,0192	4 000	0,0375
3 500	0,0145	4 500	0,0267
4 000	0,0104	5 000	0,0102
4 500	0,00656		
5 000	0,00341		

TABLEAU VI

*Spectres de turbulence*

Couche limite  $V = 12,20$  m/s  $\delta = 34$  mm

(Fig. 22)

$y = 24$  mm  $V_y = 11,35$  m/s  $y = 36$  mm  $V_y = 12,20$  m/s

$n$ Hz	$F_1(n) 10^3$ s	$n$ Hz	$F_1(n) 10^3$ s
1	5,80	1	4,58
1,5	5,45	1,5	4,61
2	7,11	2	5,65
3	6,23	3	4,47
4	6,66	5	5,11
6	6,66	8	4,95
8	6,78	15	5,16
10	6,70	20	4,98
15	6,29	30	4,40
20	5,84	55	3,78
30	4,97	75	3,14
50	5,14	110	2,32
75	4,02	200	1,49
110	2,61	400	0,640
160	1,69	500	0,429
200	1,26	750	0,206
250	0,955	1 000	0,104
300	0,714	1 250	0,0787
500	0,273	1 500	0,0383
750	0,143	2 000	0,0150
800	0,125	2 500	0,0068
1 000	0,0790	3 000	0,0034
1 500	0,0293	3 500	0,0020
2 000	0,0127	4 000	0,0011
2 200	0,0095	4 500	0,0006
2 500	0,0062	5 000	0,0003
3 000	0,0032		
3 200	0,0023		
3 500	0,0019		
4 000	0,0011		
4 500	0,0006		
4 800	0,0003		
5 000	0,0002		



TABLEAU VII

*Spectres de turbulence*

Couche limite  $V = 12,20$  m/s  $\delta = 34$  mm

(Fig. 22)

$y = 1$  mm

$V_y = 6,70$  m/s

$y = 8$  mm

$V_y = 9,15$  m/s

$n$ Hz	$F_1(n) 10^3 s$	$n$ Hz	$F_1(n) 10^3 s$
1,5	12,9	1	9,25
2	11,3	2	7,82
6	11,4	2,2	8,71
8	9,68 <sup>a</sup>	4	9,21
10	11,3	6	8,81
15	8,90	8	8,50
20	9,30	15	8,60
30	7,46	20	7,70
45	5,03	30	6,22
75	3,00	45	4,86
110	2,05	75	3,34
200	1,10	110	2,12
300	0,688	150	1,55
500	0,379	200	1,16
750	0,211	300	0,628
1 000	0,105	400	0,467
1 250	0,0761	500	0,311
1 500	0,0417	750	0,157
2 000	0,0178	1 000	0,0870
2 500	0,0090	1 250	0,0580
3 000	0,0039	1 500	0,0356
3 500	0,0024	2 000	0,0168
4 000	0,0012	2 500	0,0086
4 500	0,0008	3 000	0,0042
5 000	0,0002	3 500	0,0024
		4 000	0,0014
		4 500	0,0010
		5 000	0,0003

TABLEAU VIII

*Spectres de turbulence*

Couche limite  $V = 12,20$  m/s  $\delta = 37$  mm

(Fig. 23)

$y = 0,35$  mm  $V_y = 4,60$  m/s

$n$ Hz	$F_n(n) 10^3$ s
1	12,6
1,5	8,90
2	10,00
3	8,55
5	7,09
6	7,00
10	6,95
16	7,00
20	6,28
30	5,92
40	5,01
60	3,63
80	2,94
120	2,31
200	1,26
300	0,804
400	0,446
600	0,252
800	0,149
1 000	0,0898
1 250	0,0575
2 000	0,0105
2 000	0,0099
2 500	0,0358
3 000	0,00085
3 500	0,00057
4 000	0,00019
4 500	0,000094
5 000	0,000055

TABLEAU IX

*Spectres de turbulence*

Couche limite  $V = 12,20$  m/s  $\delta = 37$  mm

(Fig. 27)

$y = 5$  mm

$V_y = 8,48$  m/s

$y = 25,5$  mm

$V_y = 11,24$  m/s

$n$ Hz	$F_x(n) 10^3$ s	$n$ Hz	$F_x(n) 10^3$ s
1	1,62	2	1,13
1,5	1,78	3	1,06
6	1,52	5	1,15
10	1,68	6	1,30
16	1,68	10	1,28
25	1,64	13	1,29
30	1,63	16	1,29
40	1,46	20	1,29
60	1,30	25	1,36
120	1,04	30	1,52
200	0,899	46	1,47
300	0,739	57	1,37
450	0,636	74	1,64
600	0,571	104	1,74
800	0,461	200	1,45
1 000	0,362	300	1,00
1 250	0,269	450	0,726
1 500	0,178	600	0,526
2 000	0,106	800	0,526
2 500	0,0629	800	0,384
3 000	0,0340	1 000	0,262
3 500	0,0138	1 250	0,195
4 000	0,0112	1 500	0,117
4 500	0,006	2 000	0,076
5 000	0,002	2 500	0,037
		3 000	0,0182
		3 500	0,0096
		4 000	0,0061
		4 500	0,0039
		5 000	0,0012

TABLEAU X

*Spectres de turbulence*

Couche limite  $V = 11$  m/s  $\delta = 26,5$  mm

(Fig. 28)

$y = 1,5$  mm

$V_y = 6,93$  m/s

$n$ Hz	$F_1(n) 10^3$ s	$n$ Hz	$F_2(n) 10^3$ s
1	7,61	1	2,39
1,5	7,47	1,5	2,36
2	8,60	2	2,41
3	8,51	3	2,30
5	8,15	5	1,98
10	7,55	8	2,07
16	7,52	12	2,18
20	8,20	16	2,01
30	6,88	20	2,08
50	4,74	30	2,17
66	3,24	50	2,00
80	2,86	66	1,87
110	1,87	80	1,90
160	1,47	110	1,56
200	1,27	160	1,25
300	0,416	200	1,17
400	0,462	300	0,951
500	0,339	400	0,746
700	0,213	500	0,619
1 000	0,106	700	0,494
1 250	0,0725	1 000	0,296
1 500	0,0413	1 200	0,201
2 000	0,0207	2 000	0,0673
2 500	0,0123	2 500	0,0390
3 000	0,00466	3 000	0,0147
4 000	0,00121	4 000	0,00382
5 000	0,00043	5 000	0,00114
5 450	0,00015	5 450	0,00059

TABLEAU XI

*Spectres de turbulence.*

Couche limite  $V = 11$  m/s  $\delta = 26,5$  mm

(Fig. 28)

$y = 1,5$  mm  $V_y = 6,93$  m/s

$n$ Hz	$F_z(n) 10^3$ s
1	1,68
1,5	1,54
2	1,51
3	1,29
5	1,58
10	1,52
16	1,56
20	0,89
30	1,83
50	1,68
66	1,79
80	0,56
110	1,61
160	1,49
200	1,28
300	0,915
400	0,719
500	0,578
700	0,416
1 000	0,299
1 200	0,234
1 500	0,152
2 000	0,0712
2 500	0,0419
3 000	0,0259
4 000	0,00457
5 000	0,00152
5 450	0,00066

TABLEAU XII

Répartition spectrale de  $r_{1,3}$

Couche limite  $V = 11$  m/s  $\delta = 26,5$  Couche limite  $V = 8,91$  m/s  $\delta = 23$

(Fig. 29)

$y = 1,5$  mm  $V_y = 6,93$  m/s

$y = 2$  mm  $V_y = 6,33$  m/s

$n$ Hz	$r_{1,3}(n)$	$n$ Hz	$r_{1,3}(n)$
2	0,435	1	0,540
3	0,507	1,7	0,520
4	0,601	3	0,560
8	0,615	5,5	0,545
12	0,508	10	0,550
16	0,485	13	0,500
20	0,502	20	0,570
30	0,440	25	0,440
40	0,445	30	0,445
56	0,408	40	0,480
66	0,476	60	0,430
80	0,463	80	0,485
110	0,480	90	0,490
160	0,480	120	0,495
200	0,361	150	0,410
300	0,371	200	0,380
400	0,368	300	0,350
500	0,311	500	0,305
700	0,285	800	0,250
1 000	0,275	1 000	0,245
1 200	0,234	1 200	0,175
1 500	0,172	1 500	0,215
2 000	0,183	2 000	0,155
2 500	0,149	2 500	0,100
3 000	0,128	3 000	0,055
4 000	0,065	4 000	0,016
		5 000	0,003

TABLEAU XIII

*Couche limite avec aspiration*

$V = 8,95 \text{ m/s}$      $\delta = 25,6$      $Z = 210 \text{ mm}$

(Fig. 30)

$\Lambda = 0$

$\Lambda = 0,0175$

$y = 1 \text{ mm}$      $V_y = 7,74 \text{ m/s}$

$y = 1 \text{ mm}$      $V_y = 7,74 \text{ m/s}$

$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$	$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$
1,25	7,08	5	5,70
2,5	7,37	10	5,65
6	7,60	20	4,52
10	8,78	30	4,56
16	7,05	60	4,09
20	7,69	110	2,66
30	6,45	200	1,28
40	5,58	400	0,490
60	3,75	800	0,146
120	2,11	1 500	0,0312
150	1,77	2 000	0,0113
200	1,27	4 000	0,00084
400	0,487	5 000	0,00048
500	0,310		
800	0,145		
1 000	0,090		
1 500	0,0246		
2 000	0,0112		
3 000	0,00244		
4 000	0,00055		
5 000	0,00015		

TABLEAU XIV

*Couche limite avec aspiration*

$V = 11 \text{ m/s}$      $\delta = 26,5$      $Z = 400 \text{ mm}$

(Fig. 23, 30)

$A = 0$

$A = 0,0135$

$y = 0,085 \text{ mm}$      $V_y = 1,05 \text{ m/s}$      $\gamma = 0,085 \text{ mm}$      $V_y = 3,36 \text{ m/s}$

$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$	$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$
1	8,04	5	4,45
2	7,85	8	4,70
3	7,22	12	4,91
5	7,09	16	5,78
8	7,03	30	5,47
12	7,79	48	4,81
16	7,28	60	1,97
20	7,15	66	3,42
30	6,93	80	3,24
40	6,96	130	2,50
66	4,61	200	1,52
80	4,27	300	0,958
110	2,94	400	0,575
160	1,88	700	0,208
200	1,32	1 000	0,0817
300	0,611	1 100	0,0162
400	0,339	2 000	0,00612
500	0,210	2 500	0,00293
700	0,100		
1 000	0,0364		
1 500	0,0113		
2 000	0,00376		
3 000	0,00215		
4 000	0,000677		
5 000	0,000069		



TABLEAU XV

*Intensités de turbulence*

Couche limite  $V = 11$  m/s  $\delta_t = 29,5$  mm

(Fig. 32)

$y$ , mm	$\left[ \frac{v_y^2 - (v_y^2)_\infty}{V^2} \right]^{-1/4}$
1,5	2,67
5	3,08
10	3,75
15	4,26
20	4,53
23	4,76
25	6,39
26	8,50
28	12,0
30	12,1
32	15,0
34	17,7
36	20,0
38	22,5
40	24,5
43	26,9
46	30,7
50	35,3
55	41,6
60	51,6

TABEAU XVI

*Spectres de turbulence*

Fluctuations induites hors de la couche limite

Deuxièmes mesures.

$V = 12,20 \text{ m/s}$      $\delta = 34 \text{ mm}$

(Fig. 33)

$$\frac{y}{\delta} = 1,62$$

$$\frac{y}{\delta} = 1,62$$

$n \text{ Hz}$	$F_x(n) 10^3 \text{ s}$	$n \text{ Hz}$	$F_x(n) 10^3 \text{ s}$
6	2,41	10	2,14
10	2,02	13	4,05
16	3,85	20	7,62
20	4,92	30	9,70
30	7,05	40	11,52
40	9,05	56	10,60
47	9,75	74	8,45
56	9,75	83,5	7,04
74	9,06	104	4,40
83,5	7,68	129	2,05
104	5,75	200	0,428
129	2,84	250	0,085
200	0,710		
250	0,239		
300	0,089		
400	0,024		
450	0,014		

TABLEAU XVII

*Spectres de turbulence*

Fluctuations induites hors de la couche limite

Deuxièmes mesures

$V = 12,20 \text{ m/s}$  ,  $\delta = 34 \text{ mm}$

(Fig. 33)

$$\frac{y}{\delta} = 1,24$$

$$\frac{y}{\delta} = 1,11$$

$n \text{ Hz}$	$F_n(n) 10^3 \text{ s}$	$n \text{ Hz}$	$F_n(n) 10^3 \text{ s}$
10	1,25	6	1,52
16	1,68	10	2,36
20	2,28	16	2,58
30	3,56	20	2,28
36	4,23	30	2,66
40	4,65	36	3,34
56	5,15	46,5	3,30
64,5	5,69	56	3,64
74	6,00	66,5	3,92
83,5	5,59	74	3,66
104	4,72	83,5	3,79
129	3,67	104	3,44
200	1,86	129	2,56
250	1,19	200	0,79
300	0,812	250	1,29
400	0,315	300	0,923
		450	0,484
		600	0,306

TABLEAU XVIII

*Spectres de turbulence*

Fluctuations induites hors de la couche limite

 $V = 4 \text{ m/s}$      $\delta = 37,4 \text{ mm}$      $V = 24 \text{ m/s}$      $\delta = 32 \text{ mm}$ 

(Fig. 34)

$$\frac{y}{\delta} = 1,26$$

$$\frac{y}{\delta} = 1,47$$

$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$	$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$
6	8,31	16	1,57
3	6,91	20	1,59
5	8,06	30	1,57
10	9,67	56	1,48
13	12,6	47	1,65
16	13,5	74	1,48
20	15,1	104	1,70
25	15,0	129	1,81
30	15,4	150	2,14
40	11,4	170	1,84
47	8,92	200	1,77
56	6,74	300	1,38
74	4,53	450	0,82
104	2,64	600	0,425
129	1,56	800	0,280
200	0,525	1 000	0,190
300	0,0159	1 500	0,062
450	0,0044	2 000	0,042
		3 000	0,018
		4 000	0,010

TABLEAU XIX

*Spectres de turbulence*

Fluctuations induites hors de la couche limite

$V = 11 \text{ m/s}$      $\delta = 22,5 \text{ mm}$

(Fig. 35)

$\frac{y}{\delta} = 1,34$

$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$	$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$	$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$
9	5,90	5	10,0	8	6,16
6,5	3,85	8	9,37	12	4,98
12	1,92	12	8,84	16	8,40
16	2,06	16	9,28	20	9,51
20	2,96	20	11,04	30	5,16
30	2,36	25	10,00	40	3,41
40	2,41	40	7,83	56	3,16
56	2,94	56	4,48	66	3,37
66	2,96	66	4,13	80	3,59
80	3,37	80	3,65	90	3,28
90	3,61	110	2,73	110	3,14
110	3,82	160	1,48	130	2,54
130	3,60	200	1,03	160	2,23
160	3,24	300	0,558	200	1,73
200	2,54	400	0,270	300	0,895
247	2,04	500	0,190	400	0,490
300	1,32			500	0,350
400	0,64				
500	0,33				
550	1,28				

TABLEAU XX

*Spectres de turbulence*

Fluctuations induites hors de la couche limite

Premières mesures

$V = 12,20 \text{ m/s}$      $\delta = 34 \text{ mm}$

(Fig. 36)

$$\frac{y}{\delta} = 1,24$$

$$\frac{y}{\delta} = 1,62$$

$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$	$n \text{ Hz}$	$F_1(n) 10^3 \text{ s}$
10	1,05	8	2,11
15	1,25	10	2,91
20	1,73	15	3,55
30	2,85	20	5,15
45	4,54	35	7,90
55	4,99	45	9,48
60	5,45	60	10,30
110	4,82	75	9,42
150	3,34	110	4,24
200	1,91	125	3,32
300	0,823	200	0,562
500	0,215	250	0,194
750	0,0760	300	0,0705
1 000	0,0339	500	0,0275
1 250	0,0163	550	0,0045
1 500	0,0065	750	0,0010
2 000	0,0051		

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] N. WIENER. — *Generalized harmonic Analysis*. Acta Mathematica, vol. 55, pp. 117-258 (1930).
- [2] SIMMONS et SALTER. — *An experimental determination of the spectrum of turbulence*. Proceedings of the Royal Society, série A, 165, 73 (1938).
- [3] G. I. TAYLOR. — *The spectrum of turbulence*. Proceedings of the Royal Society, série A (février 1938).
- [4] Th. von KARMAN and L. HOWARTH. — *On the statistical theory of isotropic turbulence*. Proceedings of the Royal Society, série A, 164, 192 (1938).
- [5] H. L. DRYDEN. — *Turbulence investigations at the National Bureau of Standards*. Proceedings of the 5th International Congress of Applied Mechanics, Cambridge (1938).
- [6] J. KAMPÉ DE FÉRIET. — *Les fonctions aléatoires stationnaires et la théorie statistique de la turbulence homogène*. Annales de la Société Scientifique de Bruxelles, tome LIX, série I, p. 145 (1939).
- [7] H. L. DRYDEN. — *A review of the statistical theory of turbulence*. National Bureau of Standards, Washington (19 novembre 1942).
- [8] Y. ROCARD. — *Dynamique générale des vibrations*. Masson, Paris (1943).
- [9] S. O. RICE. — *Mathematical Analyses of Random Noise*. The Bell System Technical Journal, vol. 23, n° 3 (juillet 1944).
- [10] A. MARTINOT-LAGARDE. — *Introduction au spectre de la turbulence*. Groupement français pour le développement des Recherches Aéronautiques, Paris, Note technique, n° 55 (1946).
- [11] G. K. BATCHELOR and A. A. TOWNSEND. — Proceedings of the Royal Society, 193, série A, 539 (1948).
- [12] Th. von KARMAN. — *Progress in the statistical theory of turbulence*. Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute, Los Angeles (23 juin 1948).
- [13] A. FAVIER. — *Mesures statistiques de la corrélation dans le temps*. VII<sup>e</sup> Congrès International de Mécanique Appliquée, Londres (1948).
- [14] J. KAMPÉ DE FÉRIET. — *Le tenseur spectral de la turbulence homogène non isotrope dans un fluide incompressible*. Proceedings of the 7th International Congress for Applied Mechanics, Londres (1948).
- [15] L. S. G. KOVÁSZNAY. — *Spectrum of locally isotropic turbulence*. Journal of the Aeronautical Sciences, 15, 745 (1948).
- [16] W. HEISENBERG. — *On the theory of statistical and isotropic turbulence*. Proceedings of the Royal Society, série A, 195 (1948).
- [17] R. BETCHOV. — *L'analyse spectrale de la turbulence*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam (1948).
- [18] J. M. BURGERS. — *Spectral analysis of an irregular function*. North-Holland Publishing Company, Amsterdam (1948).
- [19] N. KNUDZON. — *Experimental study of statistical characteristics of filtered random noise*. Massachusetts Institute of Technology, Technical Report, n° 115 (15 juillet 1949).
- [20] G. K. BATCHELOR. — *The role of big eddies in homogeneous turbulence*. Proceedings of the Royal Society, série A, vol. 195 (1949).

- [21] L. S. G. KOVASZNAY. — *Hot wire investigation of the wake behind cylinders at low Reynolds numbers*. Proceedings of the Royal Society, série A, vol. 198 (1949).
- [22] L. DE QUEIROZ ORSINI. — *L'amplification sélective en basse fréquence*. L'Onde Électrique, n° 272 (novembre 1949).
- [23] S. CORRSIN. — *On the spectrum of isotropic temperature fluctuations in an isotropic turbulence*. The John Hopkins University, Department of Aeronautics (août 1950).
- [24] J. KAMPÉ DE FÉRIET. — *Sur l'analyse spectrale d'une fonction stationnaire en moyenne*. Colloque International de Mécanique, Poitiers (1950).
- [25] S. CORRSIN and M. S. UBEROI. — *Spectra and diffusion in a round turbulent jet*. N.A.C.A., Report, n° 1040, Washington (1951).
- [26] R. W. STEWART and A. A. TOWNSEND. — *Similarity and self preservation in isotropic turbulence*. Philosophical Transactions of the Royal Society, vol. 243, n° 867 (12 juin 1951).
- [27] H. W. LIEPMANN, J. LAUFER, K. LIEPMANN. — *On the spectrum of isotropic turbulence*. N.A.C.A., Technical Note, n° 2473, Washington (novembre 1951).
- [28] P. S. KLEBANOFF and Z. W. DIEHL. — *Some features of artificially thickened fully developed turbulent boundary layers with zero pressure gradient*. N.A.C.A., Technical Note, n° 2475, Washington (octobre 1951).
- [29] H. SATO. — *On the turbulence behind a row of parallel rods*. Proceedings of the First-Japan National Congress for Applied Mechanics (1951).
- [30] A. FAVRE, J. GAVIGLIO, R. DUMAS. — *Mesures de la corrélation dans le temps et l'espace et Spectres de la turbulence en soufflerie*. Colloque International de Mécanique, Poitiers (1950). Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, P.S.T., n° 251, Paris (1951).
- [31] R. R. BENNETT and A. S. FULTON. — *The generation and measurement of low frequency random noise*. Journal of Applied Physics (septembre 1951).
- [32] A. FAVRE, J. GAVIGLIO, R. DUMAS. — *Mesures dans la couche limite des intensités de turbulence et des corrélations dans les temps; spectres*. Colloque National, n° 1. Journées de Mécanique des Fluides, Marseille (janvier 1952). Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, P.S.T., n° 296, Paris (1955).
- [33] A. BLANC LAPIERRE, R. FORTET, J. KAMPÉ DE FÉRIET. — *Théorie des fonctions aléatoires*. Masson, éditeur, Paris (1953).
- [34] A. ROSJKO. — *On the development of turbulent wakes from vortex streets*. N.A.C.A., Technical Note, n° 2913, Washington (mars 1953).
- [35] H. BORG. — *Théorie des circuits impulsionnels*. Édition de la Revue d'Optique, Paris (1953).
- [36] C. M. TCHEN. — *On the spectrum of energy in turbulent shear flow*. Journal of Research of the National Bureau of Standards, Washington, vol. 50, n° 1 (janvier 1953).
- [37] M. S. UBEROI et L. S. KOVASZNAY. — *On mapping and measurements of random fields*. Quarterly of Applied Mathematics, vol. X, n° 4 (janvier 1953).
- [38] H. SCHÜLL. — *The R.A.E. 4 ft x 3 ft experimental low turbulence wind tunnel. Part IV, further turbulence measurements*. Royal Aircraft Establishment, Report, n° 2494 (juin 1953).
- [39] J. LAUFER. — *The structure of turbulence in fully developed pipe flow*. National Bureau of Standards, Washington, Technical Note, n° 2954 (1953).
- [40] G. K. BATCHELOR. — *The theory of homogeneous turbulence*. Cambridge University Press (1953).
- [41] A. FAVRE, J. GAVIGLIO, R. DUMAS. — *Quelques mesures de corrélations dans le temps et l'espace en soufflerie*. VIII<sup>e</sup> Congrès International Mécanique Théorique et Appliquée, Istanbul (1953). La Recherche Aéronautique, n° 32 (mars-avril 1953). N.A.C.A., Technical Note, n° 1370 (1955).



- [42] A. FAVRE, J. GAVIGLIO, R. DUMAS. — *Nouvelles mesures dans la couche limite d'une plaque plane des intensités de turbulence et des corrélations dans le temps, spectres.* La Recherche Aéronautique, n° 38 (mars-avril 1954).
- [43] L. S. G. KOVASZNAVY. — *Development of turbulence, measuring equipment.* N.A.C.A., Report, n° 4209 (1954).
- [44] P. S. KLEBANOFF. — *Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradients.* N.A.C.A., Technical Note, n° 3178 (1954).
- [45] S. CORRSIN, A. L. KISTLER. — *The free stream boundaries of turbulent flows.* N.A.C.A., Technical Note, n° 3133 (janvier 1954).
- [46] J. R. RUETENIK. — *Investigation of equilibrium flow in a slightly divergent channel.* The Johns Hopkins University, Department of Mechanical Engineering, Baltimore, Report, n° 1-19 (1954).
- [47] A. FAVRE, J. GAVIGLIO, R. DUMAS. — *Corrélations dans le temps et l'espace avec filtres de bande en aval d'une grille de turbulence.* La Recherche Aéronautique, n° 40 (juillet-août 1954).
- [48] O. M. PHILLIPS. — *The irrotational motion outside a free turbulence boundary.* Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, vol. 51, part 1 (1955).
- [49] H. ASHKENAS. — *Hot wire measurements with X meters.* Cornell University, Ithaca, New-York (mai 1955).
- [50] R. DUMAS, L. MIRANNE. — *Réalisation d'un analyseur harmonique double.* O.N.E.R.A., (9 décembre 1955).
- [51] A. FAVRE, J. GAVIGLIO, R. DUMAS, L. MIRANNE. — *Contribution à des mesures de turbulence dans la soufflerie Paul Dumas.* O.N.E.R.A., Paris (31 mars 1955).
- [52] A. FAVRE, J. GAVIGLIO, R. DUMAS. — *Couche limite turbulente : corrélations spatio-temporelles doubles, spectres.* La Recherche Aéronautique, n° 48 (novembre-décembre 1955).
- [53] A. A. TOWNSEND. — *The structure of turbulent shear flow.* Cambridge University Press (1956).
- [54] A. FAVRE, J. GAVIGLIO, R. DUMAS. — *Corrélations spatio-temporelles et spectres, dans la couche limite turbulente.* IX<sup>e</sup> Congrès International de Mécanique Appliquée, Bruxelles (1956).
- [55] P. B. MAC CREADY, T. J. LOCKHART, R. J. DIAMOND, T. B. SMITH. — *Atmospheric turbulence investigation.* Meteorology Research Inc., Pasadena, California (1956).
- [56] J. BASS. — *Cours de Mathématiques.* Masson, éditeur, Paris (1956).
- [57] R. W. STEWART. — *Irrotational motion associated with free turbulent flows.* Journal of Fluid Mechanics, Londres, vol. 1, part 6 (décembre 1956).
- [58] A. FAVRE, J. GAVIGLIO, R. DUMAS. — *Space-time double correlations and spectra in a turbulent boundary layer.* Journal of Fluid Mechanics, Londres, vol. 2, part 4, pp. 317-342 (1957).
- [59] H. L. GRUND and I. C. T. NISBET. — *The inhomogeneity of grid turbulence.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 2, p. 3 (mai 1957).
- [60] R. BETCHOV. — *On the fine structure of turbulent flows.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 3, part 2 (novembre 1957).
- [61] P. MILLIAT. — *Étude expérimentale de l'écoulement turbulent dans un divergent bidimensionnel parcouru par de l'air.* Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, P.S.T., n° 335, Paris (1957).
- [62] A. FAVRE, J. GAVIGLIO, R. DUMAS. — *Couche limite turbulente : corrélations spatio-temporelles et spectres de vitesses.* O.N.E.R.A., Paris, Publication, n° 92 (1958).
- [63] J. GAVIGLIO. — *Sur quelques problèmes de mesures de turbulence effectuées à l'aide de l'anémomètre à fils chauds parcourus par un courant d'intensité constant.* Thèse de la Faculté des Sciences de l'Université d'Aix-Marseille (30 septembre 1958). Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air.

- [64] A. CHAYA. — *Contribution à l'analyse de la turbulence associée à des vitesses moyennes.* Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, P.S.T., n° 345 (1958), Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, P.S.T., n° 385 (1962).
- [65] G. COMTE-BELLOT. — *Coefficient d'aplatissement des fluctuations longitudinales de vitesse dans un tunnel bidimensionnel à parois parallèles.* Comptes rendus de l'Académie des Sciences (23 novembre 1959).
- [66] G. COMTE-BELLOT. — *Coefficient de dissymétrie et d'aplatissement des dérivées par rapport au temps des fluctuations longitudinales de vitesse au voisinage d'une paroi.* Comptes rendus de l'Académie des Sciences (23 novembre 1959).
- [67] J. BASS. — *Suites uniformément denses moyennes trigonométriques, fonctions pseudo-aléatoires.* Bulletin de la Société Mathématique de France, 87, pp. 1-64 (1959).
- [68] J. O. HINZE. — *Turbulence an introduction to its mechanism and theory.* Mc Graw-Hill Book, Company, Inc., New York (1959).
- [69] L. AGOSTINI, J. BASS. — *Les théories de la turbulence.* Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air, P.S.T., n° 237 (1960).
- [70] KENNETH R. THORSON, QUENTIN R. BOUNE. — *Application of power spectral method in air plane and missile design.* Journal of the Aerospace Sciences, vol. 27, n° 2 (février 1960).
- [71] A. FAVRE, R. DUMAS, E. VEROLLET. — *Couche limite sur paroi plane poreuse avec aspiration.* X<sup>e</sup> Congrès International de Mécanique Appliquée, Stresa (septembre 1961).
- [72] P. M. WOODWARD. — *Probabilités, analyse fréquentielle, information; théorie du radar,* Éditeur Eyrolles (1960).
- [73] S. H. CRANDALL. — *Les vibrations aléatoires.* Leçons professées à la Faculté des Sciences de Marseille et du Centre de Recherche Scientifique et Industrielle de Marseille (1960).
- [74] J. STERNBERG. — *A theory for the laminar sublayer of turbulent flow.* Ballistic Research Laboratories, Maryland, Report, n° 1127 (avril).
- [75] A. FAVRE, J. GAVIGLIO. — *Turbulence et perturbations dans la couche limite d'une plaque plane.* A.G.A.R.D., Londres (28 avril 1960).
- [76] G. COMTE-BELLOT. — *Sur la représentation adimensionnelle des spectres des fluctuations de vitesse dans un tunnel bidimensionnel à parois parallèles.* Comptes rendus de l'Académie des Sciences, Paris (20 novembre 1961).
- [77] D. A. KENNEDY, S. CORRSIN. — *Spectral flatness factor and « intermittency » in turbulence and in non linear noise.* Journal of Fluid Mechanics, Cambridge, vol. 10, part 3 (mai 1961).
- [78] B. ETKIN. — *Theory of the flight of Airplanes in isotropic turbulence : review and extension.* University of Toronto, Institute of Aerophysics, U.T.I.A., Report, n° 72 (février 1961).
- [79] J. LAUFER. — *Sound radiation from a turbulent boundary layer.* Colloque international de mécanique de la turbulence, Marseille (28 août-2 septembre 1961).
- [80] A. FAVRE, J. GAVIGLIO, R. DUMAS. — *Corrélations spatio-temporelles.* Colloque International de mécanique de la turbulence, Marseille (28 août-2 septembre 1961).
- [81] H. L. GRANT, R. W. STEWART and A. MOLLLET. — *Turbulence spectra from a tidal channel.* Journal of Fluid Mechanics, vol. 12, part 2 (février 1962).

moennes.  
15 (1958),  
85 (1962).  
itudinales  
endus de

rivées par  
me paroi.

is pseudo-  
4 (1959).  
Graw-Hill

ifiques et

ral method  
27, n° 2

reuse avec  
esa (sep-

théorie du

ulté des  
strielle de

Research

uite d'une

actuations  
endus de

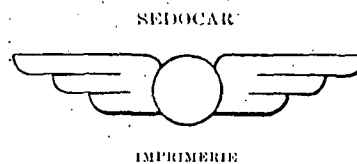
s in tur-  
e, vol. 10,

epiew and  
ort, n° 72

ernational

que Inter-  
1961).

on a tidal



3b2f1

Contribution à l'étude des spectres de turbulence, par Régis DUMAS.

*Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air*, n° 404 (110 p., 39 fig., 20 tabl.) — Février 1964.

Analyse spectrale de la turbulence : méthode expérimentale, réalisation du dispositif de mesure.

Spectres en aval de grilles de turbulence : caractères généraux, caractères conservatifs aux basses fréquences. Spectres dans des couches limites : généralités, caractères particuliers aux basses fréquences, anisotropie, effet de l'aspiration à la paroi. Intermittence; turbulence induite : intensités et spectres, comparaison avec les résultats théoriques. Quelques spectres à grand nombre de Reynolds. Calcul de l'effet de filtrage sur la valeur de la corrélation.



3b2f1

Contribution à l'étude des spectres de turbulence, par Régis DUMAS.

*Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air*, n° 404 (110 p., 39 fig., 20 tabl.) — Février 1964.

Analyse spectrale de la turbulence : méthode expérimentale, réalisation du dispositif de mesure.

Spectres en aval de grilles de turbulence : caractères généraux, caractères conservatifs aux basses fréquences. Spectres dans des couches limites : généralités, caractères particuliers aux basses fréquences, anisotropie, effet de l'aspiration à la paroi. Intermittence; turbulence induite : intensités et spectres, comparaison avec les résultats théoriques. Quelques spectres à grand nombre de Reynolds. Calcul de l'effet de filtrage sur la valeur de la corrélation.



3b2f1

Contribution à l'étude des spectres de turbulence, par Régis DUMAS.

*Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air*, n° 404 (110 p., 39 fig., 20 tabl.) — Février 1964.

Analyse spectrale de la turbulence : méthode expérimentale, réalisation du dispositif de mesure.

Spectres en aval de grilles de turbulence : caractères généraux, caractères conservatifs aux basses fréquences. Spectres dans des couches limites : généralités, caractères particuliers aux basses fréquences, anisotropie, effet de l'aspiration à la paroi. Intermittence; turbulence induite : intensités et spectres, comparaison avec les résultats théoriques. Quelques spectres à grand nombre de Reynolds. Calcul de l'effet de filtrage sur la valeur de la corrélation.



3b2f1

Contribution à l'étude des spectres de turbulence, par Régis DUMAS.

*Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air*, n° 404 (110 p., 39 fig., 20 tabl.) — Février 1964.

Analyse spectrale de la turbulence : méthode expérimentale, réalisation du dispositif de mesure.

Spectres en aval de grilles de turbulence : caractères généraux, caractères conservatifs aux basses fréquences. Spectres dans des couches limites : généralités, caractères particuliers aux basses fréquences, anisotropie, effet de l'aspiration à la paroi. Intermittence; turbulence induite : intensités et spectres, comparaison avec les résultats théoriques. Quelques spectres à grand nombre de Reynolds. Calcul de l'effet de filtrage sur la valeur de la corrélation.

